

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

| |
|--|
| Câu & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \ |
| Chọn & B & C & D & C & D & C & B & C & B & D & B & B \ |

PHẦN II.

| | | | | |
|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Đáp án | a) Đúng | a) Đúng | a) Sai | a) Đúng |
| | & b) Sai | & b) Đúng | & b) Đúng | & b) Đúng |
| | & c) Đúng | & c) Sai | & c) Đúng | & c) Sai |
| | & d) Đúng | & d) Đúng | & d) Đúng | & d) Đúng |

PHẦN III.

| |
|--|
| Câu & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \ |
| Đáp án & 9 & 418 & 36 & 21,2 & 68 & 0,02 \ |

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1. Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 2$. Chọn **B**.

Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x+1}$ là đường thẳng $y = \frac{3}{1} = 3$. Chọn **C**.

Câu 3. Cỡ mẫu $n = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là cân nặng của 25 quả bơ.

Ta có $x_1; x_2 \in [150; 155)$, $x_3; x_4; x_5; x_6 \in [155; 160)$, $x_7; x_8; \dots; x_{13} \in [160; 165)$,
 $x_{14}; x_{15}; \dots; x_{21} \in [165; 170)$, $x_{22}; x_{23}; x_{24} \in [170; 175)$ và $x_{25} \in [175; 180)$.

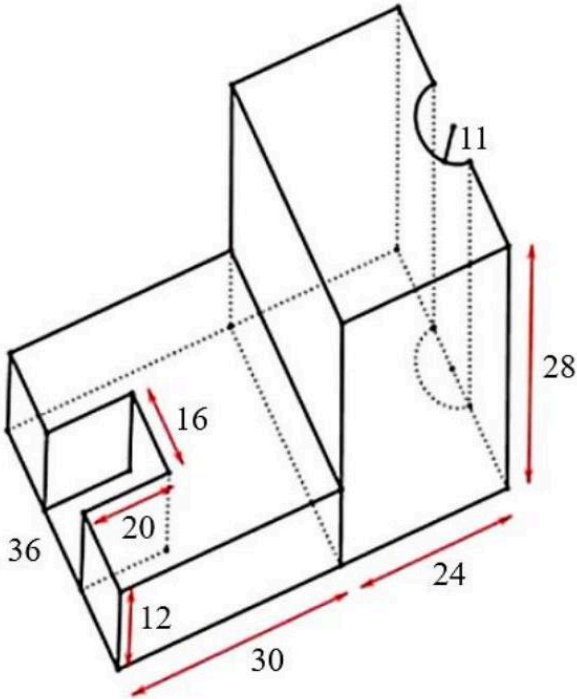
Vì $n = 25$ nên trung vị của mẫu số liệu là $\frac{x_{25+1}}{2} = x_{13} \in [160; 165)$.

Từ đó suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7)$ và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{19} + x_{20}) \in [165; 170)$, nghĩa là nhóm thứ 4. Chọn D.

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(-\infty; -1)$ bằng -6. Chọn C.

Câu 5. Ta có $AB = \sqrt{(0 - 3)^2 + (-4 - 0)^2} = 5$. Chọn D.

Câu 6. Từ hình chiếu đứng, hình chiếu cạnh và hình chiếu bằng của chi tiết máy ta suy ra hình thực của chi tiết máy như hình vẽ dưới đây:



Gọi V_1 là thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 36, 30, 12; V_2 là thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 36, 24, 28; V_3 là thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 16, 20, 12; V_4 là thể tích khối bán trụ có bán kính đáy bằng 11, chiều cao bằng 28. Thể tích của khối đồ chơi đó là:

$$V = V_1 + V_2 - (V_3 + V_4) = 36 \cdot 30 \cdot 12 + 36 \cdot 24 \cdot 28 - \left(16 \cdot 20 \cdot 12 + \frac{1}{2} \pi \cdot 11^2 \cdot 28 \right) \approx 27990. \text{ C}$$

Câu 7. Ta có $u_3 = u_1 + 2d = 3 + 2 \cdot (-5) = -7$. Chọn B.

Câu 8. Ta có: $\int f(x)dx = \int \cos x dx = \sin x + C$. Chọn C.

Câu 9. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P) : x - 2y + 3z + 5 = 0$ là $\vec{n} = (1; -2; 3)$. Chọn B.

Câu 10. Trong các phương trình đã cho, chỉ có phương trình $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 + 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ là phương trình tham số của đường thẳng. Chọn D.

Câu 11. Ta có: $\int_1^3 f(x)dx = F(x)|_1^3 = F(3) - F(1) = 3 - 10 = -7$. Chọn B.

Câu 12. Ta có $\log_3(x-3) \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ \log_3(x-3) \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x-3 \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq 12.$

Vi $x \in \square$ nên $x \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình chứa 9 số nguyên. Chọn B.

\section*{PHẦN II.}

Câu 1.

a) Đúng.

Ta có $\vec{AM} = (1; 3; -2)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng AM .

Đường thẳng AM đi qua $A(5; 12; 0)$ nên có phương trình $\frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2}$.

b) Sai.

Thay tọa độ điểm $N(7; 18; -5)$ vào phương trình AM ta được:

$$\frac{7-5}{1} = \frac{18-12}{3} = \frac{-5}{-2} \Leftrightarrow 2 = 2 = \frac{5}{2} \text{ vô lý.}$$

c) Đúng.

Vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là $B \in AM$:

$$\frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2} \Rightarrow B(5+t; 12+3t; -2t).$$

Ngoài thực tế khoảng cách từ tâm trái đất đến vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là $6370 + 6630 = 13000$ (km) ứng với 13 đơn vị trên hệ trục tọa độ, hay $OB = 13 \Leftrightarrow OB^2 = 169$

$$\Leftrightarrow (5+t)^2 + (12+3t)^2 + (-2t)^2 = 169 \Leftrightarrow 14t^2 + 82t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{41}{7} \end{cases}.$$

Với $t = 0 \Rightarrow B(5; 12; 0) \equiv A$ vô lý.

Với $t = -\frac{41}{7} \Rightarrow B(-\frac{6}{7}; -\frac{39}{7}; \frac{82}{7})$.

d) Đúng.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{\left(-\frac{6}{7} - 5\right)^2 + \left(-\frac{39}{7} - 12\right)^2 + \left(\frac{82}{7}\right)^2} = \frac{41\sqrt{14}}{7}.$$

Khoảng cách thực tế là $1000AB = 1000 \frac{41\sqrt{14}}{7} \approx 21915$ (km).

Câu 2.

a) Đúng.

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] \leq 3$$

$$\Rightarrow 7 \leq \sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] + 10 \leq 13$$

$$d(t) = 13 \text{ khi } \sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{180}(t-70) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 160 + 360k.$$

Mà $0 < t \leq 365$ nên $0 < 160 + 360k \leq 360, k \in \square \Rightarrow k = 0, t = 160$.

Giá trị lớn nhất của $d(t)$ là 13 khi $t = 160$.

Vậy ngày có nhiều giờ ánh sáng nhất là 13 giờ, là ngày thứ 160 trong năm.

b) Đúng.

Hàm $d(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] + 10$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$, trong một chu kì, hàm

$$d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 70) \right] + 10 \text{ nghịch biến trên } \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right) \text{ nên } \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{180}(t - 70) < \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < \frac{1}{180}(t - 70) < \frac{3}{2} \Leftrightarrow 90 < t - 70 < 270 \Leftrightarrow 160 < t < 340.$$

Vậy kể từ này thứ 161 đến ngày thứ 340, số giờ có ánh sáng của thành phố A bắt đầu giảm. Tháng 7 năm không nhuận bắt đầu từ ngày thứ 182 trong năm.

c) Sai.

Theo đề bài ta có

$$d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 70) \right] + 10 > 10 \Leftrightarrow \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 70) \right] > 0 \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{180}(t - 70) < \pi$$

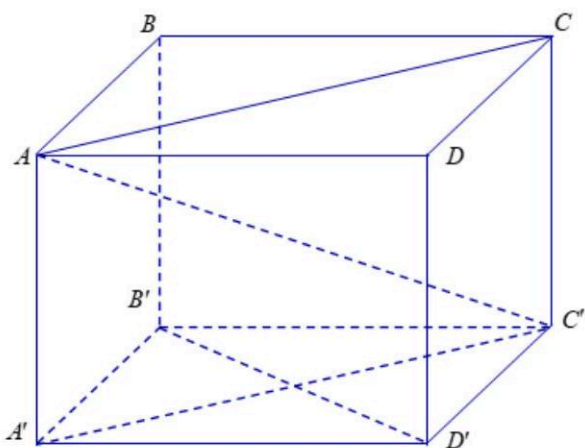
$$\Leftrightarrow 0 < t - 70 < 180 \Leftrightarrow 70 < t < 250.$$

Số ngày có nắng nhiều hơn 10 giờ là $250 - 70 = 180$.

d) Đúng.

Khi $t = 70$ thì $d(70) = 3 \sin 0 + 10 = 10$ nên thành phố có 10 giờ có ánh sáng.

Câu 3.



a) Sai.

Ta có góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là góc $AC'A'$.

$$\text{Ta có } AA' = 1, AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5},$$

$$AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{20 + 1} = \sqrt{21}.$$

$$\text{Do đó } \sin \varphi = \sin AC'A' = \frac{AA'}{AC'} = \frac{1}{\sqrt{21}}.$$

b) Đúng.

Ta có $AC \parallel (A'B'C'D')$ nên khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$ bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ và bằng độ dài đoạn $AA' = 1$.

$$\text{Vậy } d(AC, B'D') = 1.$$

c) Đúng.

$$\text{Ta có } AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{20 + 1} = \sqrt{21}.$$

d) Đúng.

Ta có $AA' \perp AB, AA' \perp AD$ suy ra $AA' \perp (ABCD)$.

Câu 4.

a) Đúng.

Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

Ta có: $\int (-10t + 20)dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số.
Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

b) Đúng.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Sai.

Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0$, tức là $t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

d) Đúng.

Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

Quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là:

$$s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}.$$

Khi đó, quãng đường xe ô tô di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là $18 + 20 = 38 \text{ (m)}$.

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

\section*{PHẦN III.}

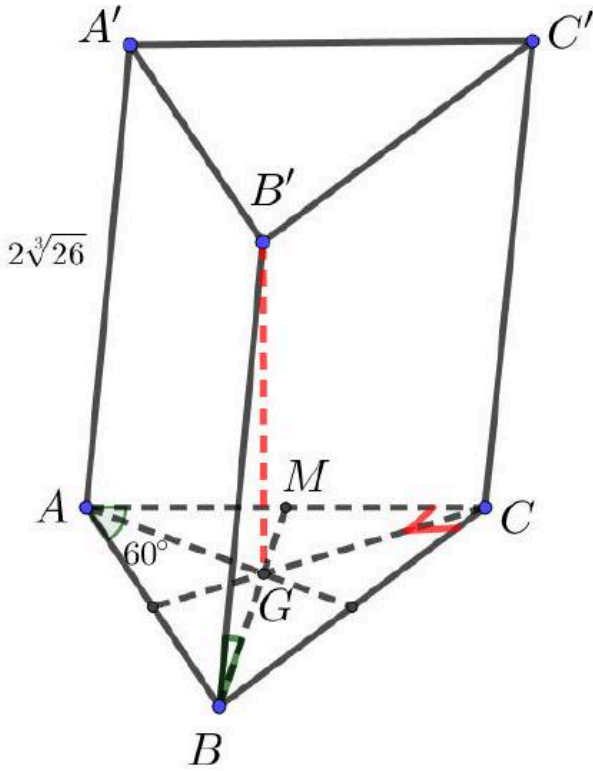
Câu 1.

Đáp án: 9

Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$, M là trung điểm của AC . Suy ra hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) là G hay $B'G \perp (ABC)$.

Vì $B'G$ là hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) nên góc giữa BB' và mặt đáy (ABC) bằng góc giữa BB' và $B'G$ và bằng $\angle B'BG$. Suy ra $\angle B'BG = 60^\circ$.

Vì $A'B' \parallel (ABC)$ nên $d(A', (ABC)) = d(B', (ABC)) = B'G$.



Xét $\triangle BB'G$ vuông tại G có $BB' = AA' = 2\sqrt[3]{26}$ và $B'BG = 60^\circ$: $\sin B'BG = \frac{B'G}{BB'} \Rightarrow B'G = 2\sqrt[3]{26} \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{26}$. Suy ra $d(A', (ABC)) = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{26}$.

Ta có $BG = \sqrt{BB'^2 - B'G^2} = \sqrt[3]{26} \Rightarrow BM = \frac{3}{2}BG = \frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{26}$.
 $\triangle ACB$ vuông tại C có $\tan CAB = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}AC$.
 $\triangle MCB$ vuông tại C có $MB^2 = BC^2 + MC^2$
 $\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{26}\right)^2 = 3AC^2 + \frac{AC^2}{4} = \frac{13}{4}AC^2 \Leftrightarrow AC = \frac{3\sqrt{13}}{13} \cdot \sqrt[3]{26}$.
 $\Rightarrow BC = \frac{3\sqrt{39}}{13} \cdot \sqrt[3]{26}$. Suy ra $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{9\sqrt{3}}{26} \cdot \sqrt[3]{26^2}$.
 Khi đó, $V_{A'ABC} = \frac{1}{3} \cdot B'G \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{26} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{26} \cdot \sqrt[3]{26^2} = 9$.

Câu 2.

Đáp án: 418.

Xét hàm số $f(t) = 300 \cdot e^{\frac{t}{5} - \frac{3t^2}{100}}$.

TXĐ: $D = \square, [0; 60] \subset D$.

$$f'(t) = 300 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{3t}{50}\right) \cdot e^{\frac{t}{5} - \frac{3t^2}{100}}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow 300 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{3t}{50}\right) \cdot e^{\frac{t}{5} - \frac{3t^2}{100}} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{10}{3} \in (0; 60)$$

$$f(0) = 300; f\left(\frac{10}{3}\right) = 300 \cdot e^{\frac{10}{15} - \frac{3 \cdot 100}{100 \cdot 9}} = 300 \cdot e^{\frac{1}{3}} \approx 418,7, f(60) = 300 \cdot e^{\frac{60}{5} - \frac{3 \cdot 60^2}{100}} \approx 6,09 \cdot 10^{-40}$$

Vậy $\max_{[0;60]} f(t) = f\left(\frac{10}{3}\right) \approx 418$.

Câu 3.

Đáp án: 36.

Gọi số giờ làm tăng thêm mỗi tuần là $t, t \in \square$.

Số tổ công nhân bỏ việc là $\frac{t}{2}$ nên số tổ công nhân làm việc là $100 - \frac{t}{2}$ (tổ).

Năng suất của tổ công nhân còn $120 - \frac{5t}{2}$ sản phẩm một giờ.

Số thời gian làm việc một tuần là $40 + t = x$ (giờ).

$$\text{Để nhà máy hoạt động được thì } \begin{cases} 40 + t > 0 \\ 120 - \frac{5t}{2} > 0 \\ 100 - \frac{t}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow t \in (-40; 48).$$

Số sản phẩm trong một tuần làm được: $S = \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t)$.

Số sản phẩm thu được là:

$$f(t) = \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t) - \frac{95(40 + t)^2 + 120(40 + t)}{4}$$
$$f'(t) = \frac{-1}{2} \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t) - \frac{5}{2} \left(100 - \frac{t}{2}\right) (40 + t) + \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) - \frac{95}{2}(40 + t)$$
$$= \frac{15}{4}t^2 - \frac{1135}{2}t - 2330$$

$$\text{Ta có } f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = \frac{466}{3} (L) \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

| | | | |
|------|-------|------|------|
| x | -40 | -4 | 48 |
| y' | $+$ | 0 | $-$ |
| y | | | |

Dựa vào bảng biến thiên ta có số lượng sản phẩm thu được lớn nhất thì thời gian làm việc trong một tuần là $40 + (-4) = 36$.

Câu 4.

Đáp án: 21,2 .

Gọi V_1 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox .

$$\text{Khi đó, } V_1 = \pi \int_1^4 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \frac{111\pi}{4} (\text{dm}^3).$$

Gọi V_2 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox .

$$\text{Khi đó, } V_2 = \pi \int_1^4 x^2 dx = 21\pi (\text{dm}^3).$$

Vậy thể tích của bể dày chiếc bát thủy tinh đó là:

$$V = V_1 - V_2 = \frac{111\pi}{4} - 21\pi = \frac{27\pi}{4} \approx 21,2 (\text{dm}^3).$$

Câu 5.

Đáp án: 68.

Ta có: $\vec{MN} = (-1; 2; -2), \vec{PQ} = (2; 3; 6)$. Khi đó,

$$\cos(a, b) = \frac{|\vec{MN} \cdot \vec{PQ}|}{|\vec{MN}| \cdot |\vec{PQ}|} = \frac{8}{21}, \text{ suy ra } (a, b) \approx 68^\circ.$$

Câu 6.

Đáp án: 0,02.

Xét các biến cố:

A_1 : "Sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi";

A_2 : "Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi".

Khi đó, $P(A_1) = \frac{39}{2000}; P(\overline{A_1}) = \frac{1961}{2000}$.

Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm và trong đó có 38 sản phẩm lỗi nên ta có:

$$P(A_2 | A_1) = \frac{38}{1999}, \text{ suy ra } P(\overline{A_2} | A_1) = \frac{1961}{1999}.$$

Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất không bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm và trong đó có 39 sản phẩm lỗi nên ta có: $P(A_2 | \overline{A_1}) = \frac{39}{1999}, \text{ suy ra } P(\overline{A_2} | \overline{A_1}) = \frac{1960}{1999}$.

Khi đó, xác suất để sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi là:

$$\begin{aligned} P(A_2) &= P(A_2 | A_1) \cdot P(A_1) + P(A_2 | \overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_1}) \\ &= \frac{38}{1999} \cdot \frac{39}{2000} + \frac{39}{1999} \cdot \frac{1961}{2000} \approx 0,02. \end{aligned}$$

808080 - - - - - coscos