BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO	KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT TỪ 2025
ĐỀ THI THỬ - ĐỀ SỐ 04	MÔN: TOÁN
	Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	B	B	C	A	D	D	C	A	C	C

PHẦN II.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng	a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	38	2000	4252	0,02	1	98,8

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1.
Ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$, tiệm cận ngang là $y=\frac{1}{2}$.
Do đó tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là $\left(1;\frac{1}{2}\right)$. Chọn D.

Câu 2.
Ta có: $2^x<1\Leftrightarrow 2^x<2^0\Leftrightarrow x<0$.
Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty;0)$. Chọn $\mathbf{A}$.

Câu 3.
Giá trị đại diện của nhóm $[60;90)$ là $x_3 = \frac{60+90}{2} = 75$. Chọn B.

Câu 4.
Ta có $\int 4^x \, \mathrm{d}x = \frac{4^x}{\ln 4} + C = \frac{4^x}{\ln 2^2} + C = \frac{4^x}{2\ln 2} + C$. Chọn B.

Câu 5.
Ta có: $y = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$.
Thể tích cần tính là: $V = \pi \int_0^3 \left[(x-2)^2\right]^2 \, \mathrm{d}x = \pi \int_0^3 (x-2)^4 \, \mathrm{d}x = \frac{33\pi}{5}$. Chọn C.

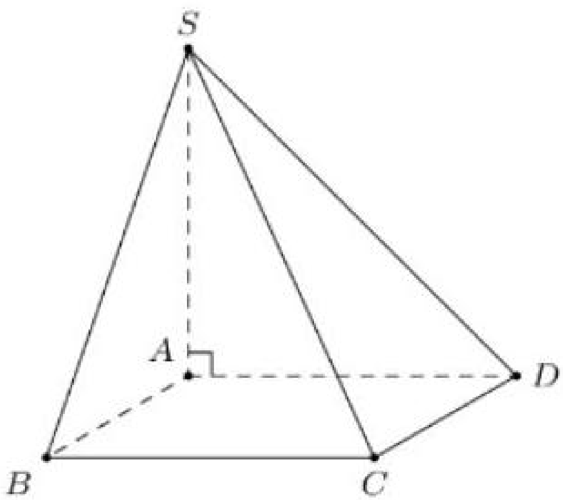
Câu 6.
Ta xét phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2+x-5}{x+3}$ có dạng $\Delta : y = ax + b$.

Ta xét $\left\{ \begin{array}{l} a = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 2 \Rightarrow b = \lim_{x\to+\infty}[f(x) - ax] = -5 \\ a = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = 2 \Rightarrow b = \lim_{x\to-\infty}[f(x) - ax] = -5 \end{array} \right.$.
Do đó, đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận xiên là $\Delta : y = 2x - 5$. Vậy $a + b = -3$. Chọn $\mathbf{A}$.

Câu 7
Ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD \\ CD \perp AD \end{array} \right. \Rightarrow CD \perp (SAD)\,.$$

Chọn D.



Câu 8. Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $AB = D'C'$ và $AB // D'C'$.
Vậy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$. Chọn D.

Câu 9.
Ta có $2\vec{b} = (4;6;12)$ nên $\vec{a} + 2\vec{b} = (1+4;3+6;-1+12) = (5;9;11)$. Chọn C.

Câu 10.
Nhìn vào đồ thị, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0;2)$ mà $(0;1) \subset (0;2)$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0;1)$. Chọn $\mathbf{A}$.

Câu 11.

Đường thẳng đi qua A và song song BC nhận $\overrightarrow{BC}=(-2;1;1)$ làm vectơ chỉ phương. Phương trình đường thẳng cần tìm: $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{1}$. Chọn $\mathbf{C}$.

Câu 12.

Gọi A là biến cố " 4 học sinh lên bảng đều là nam". Khi đó, $P(A)=\frac{C_{15}^4}{C_{25}^4}$.
Gọi B là biến cố " 4 học sinh lên bảng đều là nữ". Khi đó, $P(B)=\frac{C_{10}^4}{C_{25}^4}$.
Gọi C là biến cố cố " 4 học sinh lên bảng có cả nam và nữ".
Ta có $P(C)=1-[P(A)+P(B)]=1-\left(\frac{C_{15}^4}{C_{25}^4}+\frac{C_{10}^4}{C_{25}^4}\right)=\frac{443}{506}$. Chọn C.

PHẦN II.

Câu 1.
a) Đúng.
Vì cao độ của máy bay bằng 9 km .

b) Sai.
Vì tại thời điểm 9 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $(150;300;9)$.

c) Đúng. Vận tốc thực của máy bay là $750\ \mathrm{km/h}$, vận tốc gió là $10\ \mathrm{m/s}=36\ \mathrm{km/h}$. Suy ra vận tốc của máy bay là $750+36=786\ \mathrm{km/h}$. Tại thời điểm 10 giờ 30 phút, quãng đường di chuyển được của máy bay theo hướng đông là $786\cdot 1=786\ \mathrm{km}$. Suy ra vị trí của máy bay cách trung tâm điều khiển theo hướng đông là $786+300=1086\ \mathrm{km}$. Vậy tọa độ của máy bay là $(150;1086;9)$.

d) Sai.
Gọi $M(150;300;9)$.

Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay cách trung tâm điều khiển một khoảng bằng $OM=\sqrt{150^2+300^2+9^2}\approx 335,5\ \mathrm{km}$.

Câu 2.
a) Đúng.
Ta có bảng số liệu ghép nhóm:

Cân nặng (g)	$[250;260)$	$[260;270)$	$[270;280)$	$[280;290)$	$[290;300)$
Giá trị đại diện	255	265	275	285	295
Số táo ở thùng A	2	4	12	4	3
Số táo ở thùng B	1	3	7	10	4

Số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng A là:

$$\overline{x_A}=\frac{255\cdot 2+265\cdot 4+275\cdot 12+285\cdot 4+295\cdot 3}{25}=275,8.$$

Số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng B là:

$$\overline{x_B}=\frac{255\cdot 1+265\cdot 3+275\cdot 7+285\cdot 10+295\cdot 4}{25}=280,2.$$

Vậy số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng A nhỏ hơn số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng B.

b) Đúng.
Gọi M là biến cố: "Lấy được một quả táo từ thùng A có cân nặng từ 280 g trở lên".

Khi đó ta có: $n(\Omega)=25; n(M)=4+3=7 \Rightarrow P(M)=\frac{n(M)}{n(\Omega)}=\frac{7}{25}=0,28.$

c) Đúng.
Gọi N là biến cố: "Lấy được một quả táo từ thùng A và một quả táo từ thùng B sao cho hai quả táo lấy ra đều nặng từ 270 g trở lên".

Khi đó ta có: $n(\Omega)=25\cdot 25=625; n(N)=(12+4+3)\cdot(7+10+4)=399.$
$\Rightarrow P(N)=\frac{n(N)}{n(\Omega)}=\frac{399}{625}=0,6384.$

d) Đúng.
Số táo có cân nặng từ 280 g trở lên ở thùng B là: $10+4=14.$

Số táo có cân nặng từ 280 g trở lên ở thùng A là: $4+3=7.$

Vậy số táo có cân nặng từ 280 g trở lên ở thùng B nhiều hơn số táo có cân nặng từ 280 g trở lên ở thùng A.

Câu 3.
a) Sai.
Ta có $s_1=\int_0^5 v(t)\mathrm{d}t=\int_0^5 10t\,\mathrm{d}t=\left.5t^2\right|_0^5=125(\mathrm{~m}).$
Do đó, quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 5 giây đầu tiên là 125 m.

b) Đúng.
Ta có $a=v'(t)=10\left(\mathrm{~m}/\mathrm{s}^2\right)$. Vậy gia tốc chuyển động của ô tô là $a=10\left(\mathrm{~m}/\mathrm{s}^2\right)$.

c) Đúng.
Ta có $s_2=\int_5^{10} v(t)\mathrm{d}t=\int_5^{10} 10t\,\mathrm{d}t=\left.5t^2\right|_5^{10}=500-125=375(\mathrm{~m}).$

d) Đúng.
Tại thời điểm $t=10\mathrm{~s} \Rightarrow v=100(\mathrm{~m}/\mathrm{s}).$

Khi đó $v_0(t)=\int a'\mathrm{d}t=-40t+C$, mà $v_0(10)=100 \Rightarrow -40\cdot 10+C=100 \Rightarrow C=500.$
Khi ô tô dừng hẳn thì $v_0(t)=-40t+500=0 \Rightarrow t=12,5(\mathrm{~s}).$
Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu gặp chướng ngại vật đến khi dừng hẳn là:

$$s_3=\int_{10}^{12,5} v_0(t) \mathrm{d} t=\int_{10}^{12,5}(-40 t+500) \mathrm{d} t=\left.\left(-20 t^2+500 t\right)\right|_{10} ^{12,5}=125(\mathrm{~m}) .$$

Vậy quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là:
$s=s_1+s_2+s_3=125+375+125=625(\mathrm{~m})$.

Câu 4.
a) Sai.
Vì lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là $V(0)=300\left(0^2-0^3\right)+4,5=4,5$ lít.

b) Đúng. Ta có $30 \mathrm{~s}=0,5$ phút. Suy ra $V(0,5)=300\left(0,5^2-0,5^3\right)+4,5=42$ lít.

Khi đó số xăng đã mua là $42-4,5=37,5$.
Vậy số tiền người mua phải trả là $37,5 \cdot 21000=787500$ đồng.

c) Sai. Xét hàm số $V^{\prime}(t)=300\left(2 t-3 t^2\right)$ với $0 \leq t \leq 0,5$. Ta có $V^{\prime \prime}(t)=300(2-6 t)$.

Khi đó $V^{\prime \prime}(t)=0 \Leftrightarrow 300(2-6 t)=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3} \in(0 ; 0,5)$.
$V^{\prime}(0)=0 ; V^{\prime}\left(\frac{1}{3}\right)=100 ; V^{\prime}(0,5)=75$.
Vậy $\max _{t \in[0 ; 0,5]} V^{\prime}(t)=V^{\prime}\left(\frac{1}{3}\right)=100$. Suy ra tại thời điểm ở giây thứ $\frac{1}{3} \cdot 60=20$ thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất.

d) Sai. Phương trình $V^{\prime}(t)=0 \Leftrightarrow 300\left(2 t-3 t^2\right)=0 \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0 \\ t=\frac{2}{3} \notin\left[0 ; \frac{1}{2}\right]\end{array}\right.$.

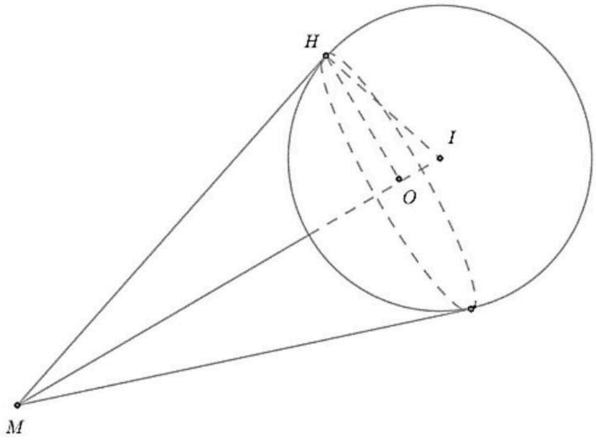
PHẦN III.

Câu 1.
Đáp án: 38.
Chi phí sản xuất cho x sản phẩm là $x G(x)=x^3-77 x^2+1000 x+40000$ (nghìn đồng).
Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp:
$h(x)=-2 x^2+1312 x-\left(x^3-77 x^2+1000 x+40000\right)=-x^3+75 x^2+312 x-40000$ (nghìn đồng).
Ta có: $h^{\prime}(x)=-3 x^2+150 x+312$. Trên khoảng $(1 ; 300), h^{\prime}(x)=0 \Leftrightarrow x=52$.
Bảng biến thiên:

x	**1**	**52**	**300**
$h^{\prime}(x)$		0	-
$h(x)$			

Từ bảng biến thiên, ta suy ra được lợi nhuận lớn nhất của doanh nghiệp khoảng 38 triệu đồng.

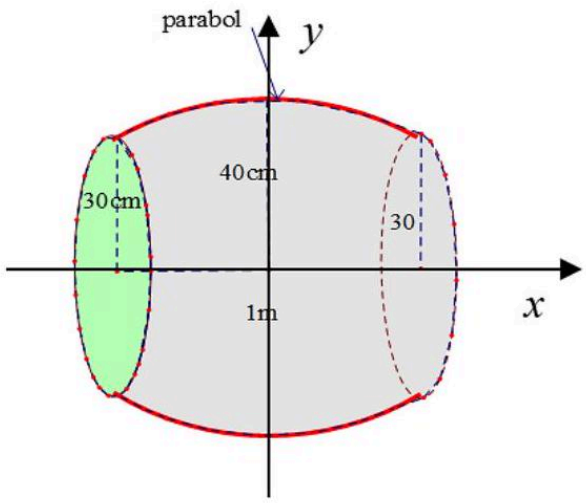
Câu 2.
Đáp án: 2000 .



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và bán kính $R=2$.
Ta có $\overrightarrow{IM}=(1;2;1)$ và $IM=\sqrt{6}$.
Gọi H là một tiếp điểm tùy ý khi kẻ tiếp tuyến từ M đến mặt cầu, có $MH=\sqrt{IM^2-R^2}=\sqrt{2}$.
Gọi O là tâm của đường tròn (C), khi đó $IM\perp HO$ và $HO=r$.
Ta có $HI\cdot HM=HO\cdot IM\Rightarrow r=\frac{HI\cdot HM}{IM}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{2}{\sqrt{3}}\Rightarrow T=1000\sqrt{3}r=2000$.

Câu 3.
Đáp án: 4252 .
Thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy là hình tròn có bán kính r và có diện tích là $1600\pi\ \mathrm{cm}^2$, nên $r^2\pi=1600\pi\Rightarrow r=40\ \mathrm{cm}$.

Ta chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Parabol có đỉnh $I(0;40)$ và qua $A(50;30)$ nên có phương trình $y=-\frac{1}{250}x^2+40$.
Thể tích của trống là: $V=\pi\int_{-50}^{50}\left(-\frac{1}{250}x^2+40\right)^2\ dx=\frac{406000\pi}{3}\left(\mathrm{cm}^3\right)=\frac{406\pi}{3}\left(\mathrm{dm}^3\right)$.
Vậy $10\ \mathrm{V}=10\cdot\frac{406\pi}{3}\approx 4252\left(\mathrm{dm}^3\right)$.

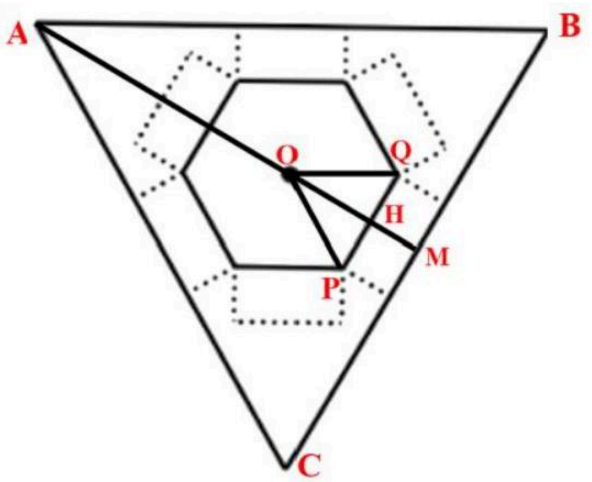
Câu 4.
Đáp án: 0,02.
Xét các biến cố:
A_1 : "Sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi".
A_2 : "Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi".
Khi đó, ta có: $P\left(A_1\right)=\frac{49}{3000};P\left(\overline{A_1}\right)=\frac{2951}{3000}$.

Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi thì còn 2999 sản phẩm và trong đó có 48 sản phẩm lỗi nên ta có: $P\left(A_2 \mid A_1\right)=\frac{48}{2999}$.
Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất không bị lỗi thì còn 2999 sản phẩm trong đó có 49 sản phẩm lỗi nên ta có: $P\left(A_2 \mid \overline{A_1}\right)=\frac{49}{2999}$. Khi đó, xác suất để sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi là:

$$P\left(A_2\right)=P\left(A_2 \mid A_1\right) \cdot P\left(A_1\right)+P\left(A_2 \mid \overline{A_1}\right) \cdot P\left(\overline{A_1}\right)=\frac{48}{2999} \cdot \frac{49}{3000}+\frac{49}{2999} \cdot \frac{2951}{3000} \approx 0,02.$$

Câu 5.
Đáp án: 1.
Giả sử $M(x ; y ; 0)$.
Ta có $MA^2=(x-1)^2+(y+1)^2+4, MB^2=(x+1)^2+(y-1)^2+1, MC^2=(x+3)^2+(y+3)^2+16, MD^2=(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+1$.
$T=\frac{-3MA^2-2MB^2+MC^2}{MD^2}=\frac{-4x^2+8x-4y^2+4y+10}{(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+1}$
$=-4 \cdot \frac{(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+1-\frac{19}{4}}{(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+1}=-4 \cdot 1+\frac{19}{(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+1} \leq -4+19=15$.
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\left\{\begin{array}{l}x=1 \\ y=\frac{1}{2}\end{array} \Rightarrow M\left(1 ; \frac{1}{2} ; 0\right)\right.$.

Câu 6.
Đáp án: 98,8 .
Đặt tên các điểm như hình dưới đây.



Kẻ đường cao AM, ta có $\triangle ABC$ đều, cạnh bằng 2 nên $AM=\sqrt{3}$.
Gọi O là tâm của $\triangle ABC \Rightarrow OM=\frac{1}{3}AM=\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow OH=OM-x=\frac{\sqrt{3}}{3}-x$.
Lại có $\triangle OPQ$ đều nên $OH=\frac{\sqrt{3}}{2}PQ \Rightarrow PQ=\frac{2}{\sqrt{3}}OH=\frac{2\sqrt{3}}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}-x\right)$.
Diện tích $\triangle OPQ$ là $S_{\triangle OPQ}=\frac{1}{2}OH \cdot PQ=\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}-x\right)^2$.
Diện tích lục giác đều: $S=6S_{\triangle OPQ}=2\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}-x\right)^2$.

Thể tích khối lăng trụ lục giác đều: $V(x)=2\sqrt{3}x\left(\frac{\sqrt{3}}{3}-x\right)^2=2\sqrt{3}\left(\frac{1}{3}x-\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2+x^3\right)$.
Ta có $V'(x)=2\sqrt{3}\left(\frac{1}{3}-\frac{4\sqrt{3}}{3}x+3x^2\right)=0 \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{3}$ hoặc $x=\frac{\sqrt{3}}{9}$.
Lập bảng giá trị của $V(x)$ với $x \in\left(0 ; \frac{2}{3}\right)$, ta thấy hàm số $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{8}{81}$ tại $x=\frac{\sqrt{3}}{9}$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối lăng trụ lục giác đều là $\frac{8}{81}\left(\mathrm{~m}^3\right) \approx 98,8\left(\mathrm{dm}^3\right)$.