

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	B	A	A	B	B	A	B	D	D	C

PHẦN II.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai	a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	5	1,22	105	10	0,68	3,69

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1. Công sai của cấp số cộng là: $d = u_2 - u_1 = 9 - 3 = 6$. Chọn A.

Câu 2. Điều kiện: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Tập xác định: $D = (2; +\infty)$. Chọn C.

Câu 3. Ta có $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$, suy ra $y' = 3x^2 - 2x + 6$.

Có $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$ đồng biến trên \mathbb{R} . Chọn B.

Câu 4. Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm số bậc ba nên có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).
 Nhìn vào nhánh phải của đồ thị ta thấy đồ thị có hướng đi lên suy ra $a > 0$.
 Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 1$.
 Vậy hàm số thỏa đề là $y = x^3 - 3x + 1$. Chọn **A**.

Câu 5. $\int f(x)dx = \int (x^4 + x^2) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$. Chọn **A**.

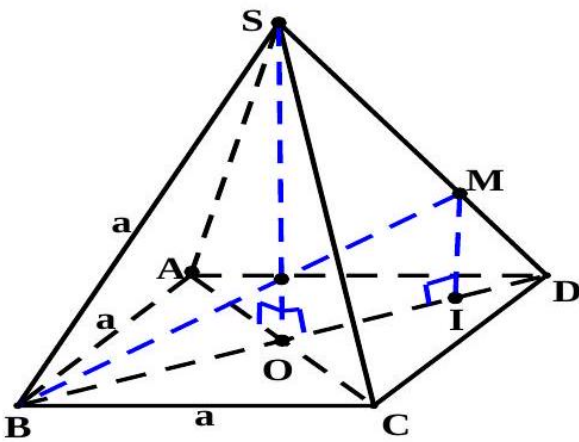
Câu 6. Do $\int f(t)dt = \int (480 \cdot 2^t \ln 2) dt = 480 \cdot \ln 2 \cdot \frac{2^t}{\ln 2} + C = 480 \cdot 2^t + C = F(t)$.
 Biết tại thời điểm bắt đầu quan sát, số lượng cá thể được ước tính một cách chính xác khoảng 600 cá thể nên $F(0) = 480 \cdot 2^0 + C = 600 \Rightarrow C = 120$. Vậy $F(t) = 480 \cdot 2^t + 120$. Chọn **B**.

Câu 7. Trong mặt phẳng $(ABCD)$:

$$AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD).$$

Xét $\triangle SAO$ vuông tại O có:

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Kè $MI \perp BD$ tại I . Suy ra $MI // SO$ nên $MI \perp (ABCD)$.
 Vậy góc giữa BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\angle MBI$.
 Ta có $MI = \frac{1}{3}SO = \frac{a\sqrt{2}}{6}$; $BI = \frac{5}{6}BD = \frac{5\sqrt{2}a}{6}$.
 Xét $\triangle MBI$ vuông tại I ta có $\tan \angle MBI = \frac{MI}{BI} = \frac{1}{5}$.
 Vậy giá trị tan của góc giữa BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\frac{1}{5}$. Chọn **B**.

Câu 8. Ta có $3\vec{v} = (-3; -6; 3)$. Do đó $\vec{u} + 3\vec{v} = (-2; -10; 3)$. Chọn **A**.

Câu 9. Vectơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n} = (3; -1; 2)$. $\vec{n}_1 = (-3; 1; -2) = -1(3; -1; 2) = -\vec{n}$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (P) ; $\vec{n}_2 = (6; -2; 4) = 2(3; -1; 2) = 2\vec{n}$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (P) . Chọn **B**.

Câu 10. Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$. Chiều cao khối chóp là $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Chọn D.

Câu 11. Ta có $\bar{x} = \frac{(8,3 \cdot 2 + 8,4 \cdot 3 + 8,5 \cdot 9 + 8,7 \cdot 5 + 8,8 \cdot 1)}{20} = 8,53$. Chọn D.

Câu 12. Lấy ngẫu nhiên một viên bi, rồi lấy ngẫu nhiên một viên bi nữa từ một bình đựng 5 bi xanh và 3 bi đỏ $\Rightarrow n(\Omega) = 8 \cdot 7 = 56$.

Biến cố A: "Lấy lần thứ hai được một viên bi xanh".

Trường hợp 1: lần 1 lấy được bi đỏ và lần 2 lấy được bi xanh có: $3 \cdot 5 = 15$ cách.

Trường hợp 2: cả lần 1 và lần 2 đều lấy được bi xanh có: $5 \cdot 4 = 20$ cách.

Suy ra $n(A) = 15 + 20 = 35$. Vậy $P(A) = \frac{35}{56} = \frac{5}{8}$. Chọn C.

PHẦN II.

Câu 1.

a) Sai. Do $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2)$.

b) Sai. Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$.

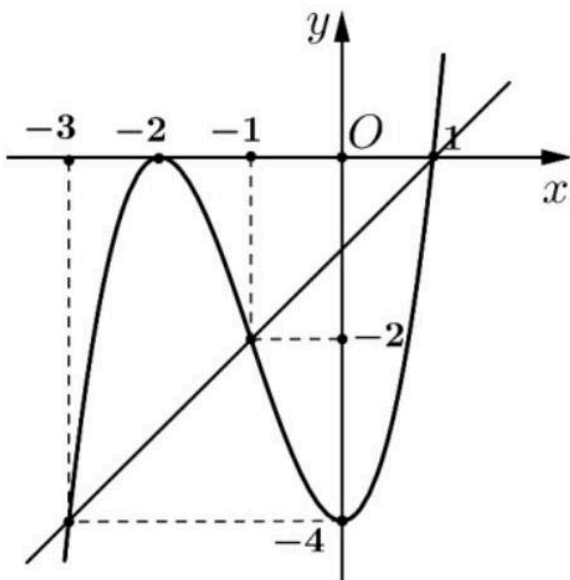
Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên: $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$.

Vậy $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f'(2) = (2+2)^2(2-1) = 16$.

c) Sai. Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị.

d) Đúng. Ta có: $g'(x) = f'(x) - x + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$.

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



Khi đó: $f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.

x	$-\infty$	-3		-1	1	$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-
	$+\infty$				$g(-1)$	$+\infty$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2})$.

Câu 2.

a) Đúng. Ta có $V_1 = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$.

b) Sai. Ta có $V_2 = \pi \int_0^4 (\frac{1}{2}\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 \frac{1}{4}x dx = 2\pi$.

c) Sai. $V_1 - V_2 = 6\pi$.

d) Sai. Thể tích của vật thể A là $6\pi \approx 18,8$ (cm³).

Câu 3.

a) Sai. Vì vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1)$.

b) Đúng. Vectơ chỉ phương của đường thẳng AC là $\overrightarrow{AC} = (1; 0; 2)$.

Đường thẳng AC có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

c) Sai. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 3; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $2x + 3y - z - 1 = 0$.

Do đó, $(P) : 2x + 3y + z - 2025 = 0$ không song song với mặt phẳng (ABC) .

d) Đúng. Giả sử $N(x; y; z) \Rightarrow$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AN} = (x; y; z + 1) \\ \overrightarrow{BN} = (x + 1; y - 1; z) \\ \overrightarrow{CN} = (x - 1; y; z - 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AN^2 = x^2 + y^2 + (z + 1)^2 \\ BN^2 = (x + 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 \\ CN^2 = (x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 \end{cases}$$

Suy ra $3NA^2 + 2NB^2 - NC^2$

$$\begin{aligned} &= 3[x^2 + y^2 + (z + 1)^2] + 2[(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2] - [(x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2] \\ &= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6x - 4y + 8z + 5 = \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + (2y - 1)^2 + (2z + 2)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4}. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}, y = \frac{1}{2}, z = -1$, khi đó $N(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1)$.

Câu 4.

a) Đúng. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 40 - 10 = 30$.

b) Đúng. Số phần tử của mẫu là $n = 13 + 18 + 11 + 11 + 5 + 2 = 60$.

c) Sai. Tứ phân vị thứ nhất là số liệu thứ 15 trong mẫu số liệu đã được xếp theo thứ tự không giảm. Do đó, $Q_1 \in [15; 20)$.

d) Sai. Ta có $Q_1 = 15 + \frac{60-13}{18} \cdot (20 - 15) \approx 15,5555 \approx 15,6$.

PHẦN III.

Câu 1. Đáp án: 5.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = 3$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$ nên suy ra $a = 1, b = 3$.
 Vậy $A = 2a + b = 5$.

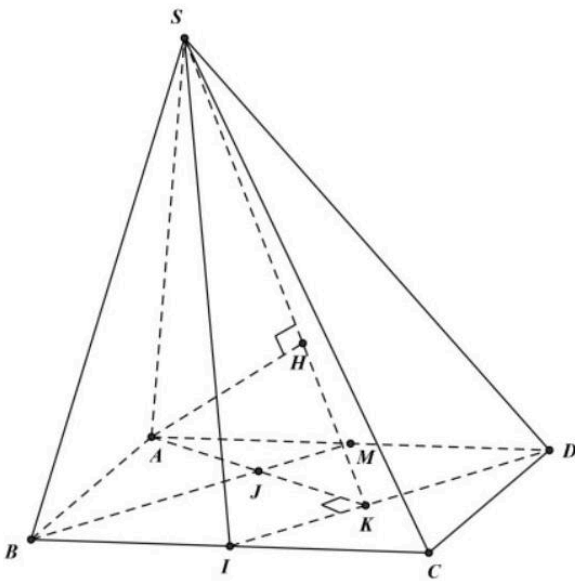
Câu 2. Đáp án: 1,22.

Gọi I là trung điểm của BC .

Vì $BM // DI$ nên $BM // (SDI)$.

Do đó $d(BM, SD) = d(BM, (SDI)) = d(M, (SDI))$.

Vì $AD \cap (SDI) = D$ và M là trung điểm của AD nên $d(M, (SDI)) = \frac{1}{2}d(A, (SDI))$.



Trong $(ABCD)$, kẻ $AK \perp DI (K \in DI), AK \cap BM = J$.

Trong (SAK) , kẻ $AH \perp SK (H \in SK)$.

Vì $\begin{cases} DI \perp AK \\ DI \perp SA \end{cases} \Rightarrow DI \perp (SAK)$ mà $AH \subset (SAK) \Rightarrow DI \perp AH$.

Suy ra $AH \perp (SDI) \Rightarrow d(A, (SDI)) = AH$.

Ta có $BM // DI \Rightarrow JM // DK$ và M là trung điểm của AD nên $AK = 2AJ$.

Lại có $\frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{2}{3^2}$. Suy ra $AJ = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AK = 3\sqrt{2}$.

Mặt khác $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{2 \cdot 3^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{3}{2 \cdot 3^2} \Rightarrow AH = \frac{3\sqrt{6}}{3} = \sqrt{6}$.

Do đó $d(M, (SDI)) = \frac{1}{2} \cdot AH = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1,22$.

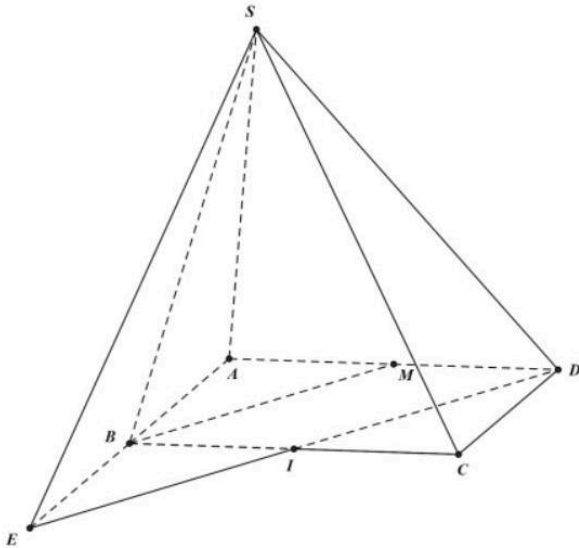
Cách khác:

Gọi $E = DI \cap AB$ thì $AE = 2AB = 6$.

$$d(BM, SD) = d(B, (SDI)) = \frac{1}{2}d(A, (SDE))$$

Vì S.ADE là tứ diện vuông tại A nên đặt $h = d(A, (SDE))$ thì ta có

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^2} = \frac{1}{6}$$



$\Rightarrow h = \sqrt{6}$. Suy ra $d(BM, SD) = \frac{h}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1,22$.

Câu 3. Đáp án: 105.

Quãng đường ô tô đi được trong 5 giây đầu là $s_1 = \int_0^5 7t \, dt = 7 \frac{t^2}{2} \Big|_0^5 = 87,5$ (mét).

Phương trình vận tốc của ô tô khi người lái xe phát hiện chướng ngại vật là $v_{(2)}(t) = 35 - 35t$ (m/s).

Khi xe dừng lại hẳn thì $v_{(2)}(t) = 0 \Leftrightarrow 35 - 35t = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi phanh gấp đến khi dừng lại hẳn là:

$$s_2 = \int_0^1 (35 - 35t) \, dt = \left(35t - 35 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 17,5 \text{ (mét)}.$$

Vậy quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là: $s = s_1 + s_2 = 87,5 + 17,5 = 105$ (mét).

Câu 4. Đáp án: 10.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 5^2$.

Do đó, mặt cầu (S) có bán kính $R = 5$ km.

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là đường kính của mặt cầu, tức bằng 10 km.

Câu 5. Đáp án: 0,68.

Xét các biến cố A: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

B: "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

Khi đó, $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B | A) = 0,85$; $P(B | \bar{A}) = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25.$$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là: $P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = 0,68$.

Câu 6. Đáp án: 3,69.

Ta có: $L_A < L_B \Rightarrow OA > OB$.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có:

$$L_A = \log \frac{k}{OA^2} \Rightarrow \frac{k}{OA^2} = 10^{L_A} \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_A}}$$

$$L_B = \log \frac{k}{OB^2} \Rightarrow \frac{k}{OB^2} = 10^{L_B} \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_B}}$$

$$L_I = \log \frac{k}{OI^2} \Rightarrow \frac{k}{OI^2} = 10^{L_I} \Rightarrow OI = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_I}}$$

$$\text{Ta có: } OI = \frac{1}{2}(OA + OB) \Rightarrow \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_I}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_A}} + \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_B}} \right) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{10}^{L_I}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{10}^{L_A}} + \frac{1}{\sqrt{10}^{L_B}} \right)$$

$$\Rightarrow L_I = -2 \log \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{10}^{L_A}} + \frac{1}{\sqrt{10}^{L_B}} \right) \right] = -2 \log \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{10}^3} + \frac{1}{\sqrt{10}^5} \right) \right] \approx 3,69.$$

808080——coscos