

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	B	A	D	C	A	C	C	C	B	A

PHẦN II.

Câu	1	1	3	4
Đáp án	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	450	2	0,49	6,75	15	6,7

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là: $x = 1$. Chọn B.

Câu 2. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là: $x = -1$. Chọn B.

Câu 3. Công thức tính xác suất của biến cố A khi biết biến cố B đã xảy ra ($P(B) > 0$) là: $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$. Chọn B.

Câu 4. Phát biểu đúng là: $f(x) = \int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C$. Chọn **A**.

Câu 5. Công thức đúng là: $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. Chọn **D**.

Câu 6. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 - Q_1$. Chọn **C**.

Câu 7. Số trung bình của mẫu số liệu đã cho là:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 12,5 + 10 \cdot 17,5 + 12 \cdot 22,5 + 15 \cdot 27,5 + 20 \cdot 32,5}{60} = 25,75.$$

Phương sai của mẫu số liệu đã cho là:

$$s^2 = \frac{1}{60} [3 \cdot (12,5 - \bar{x})^2 + 10 \cdot (17,5 - \bar{x})^2 + 12 \cdot (22,5 - \bar{x})^2 + 15 \cdot (27,5 - \bar{x})^2 + 20 \cdot (32,5 - \bar{x})^2]$$

$$= 38,1825.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho là $s = \sqrt{s^2} \approx 6,18$. Chọn **A**.

Câu 8. Công sai của cấp số cộng là: -2 . Chọn **C**.

Câu 9. Độ pH của một loại sữa có $[H^+] = 10^{-6,8}$ là $pH = -\log 10^{-6,8} = 6,8$. Chọn **C**.

Câu 10. Phương trình tổng quát của mặt phẳng có dạng:

$Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$. Chọn **C**.

Câu 11. Ta có $\vec{CB} = (4; -2; 1)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $[\vec{CB}, \vec{j}] = (-1; 0; 4)$.

Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} =$

$$(-1; 0; 4) \text{ nên có phương trình: } \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2 \\ z = 1 + 4t \end{cases}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 12. Bán kính mặt cầu (S) là $R = IM = \sqrt{(1-1)^2 + (4-4)^2 + (-2-0)^2} = 2$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4$. Chọn **A**.

PHẦN II.

Câu 1.

a) Sai. Vì từ đồ thị suy ra giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .

b) Đúng. Trên khoảng $(0; +\infty)$, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 .

c) Đúng. Đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải trên khoảng $(0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Sai. Phương trình $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$ (*).

Đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm nên phương trình (*) có đúng ba nghiệm.

Câu 2.

- a) Đúng. Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 (m/s).
 b) Sai. Cho $v = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4$ (s).
 c) Đúng. $\int (-5t + 20)dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$.
 d) Sai. Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là $S = \int_0^4 (-5t + 20)dt = 40$ (m).

Câu 3.

- a) Đúng. Thay tọa độ điểm A vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $1 - 1 = 0$ (luôn đúng) $\Rightarrow A \in (P)$.

b) Sai. Tọa độ giao điểm của d và (P) thỏa mãn hệ:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = t \\ x - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = -1 \\ t = -1 \end{cases}$$

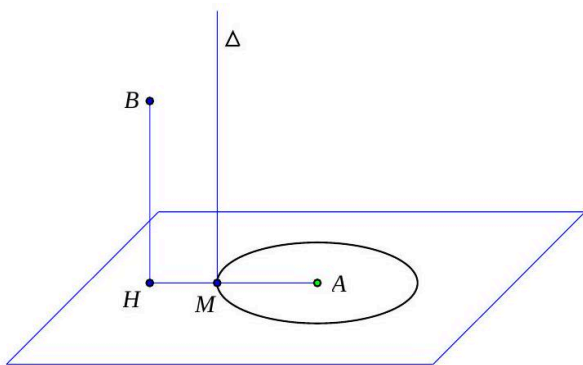
Vậy hoành độ giao điểm của d và (P) bằng -1.

c) Sai. Điểm $I(a; b; c) \in d \Rightarrow \begin{cases} a = 2t + 1 \\ b = t \\ c = t \end{cases}$.

Mặt cầu (S) có tâm I bán kính $R = 2\sqrt{2}$ tiếp xúc với (P) nên

$$d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|1+t|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3(t/m) \\ t = -5(l) \end{cases} . \text{ Khi đó } a + b + c = 1 + 4t = 13 .$$

- d) Đúng. Từ giả thiết suy ra Δ nằm trên mặt trụ (T) có trục là đường thẳng qua A và vuông góc với (P) . (T) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) tâm A , bán kính $r = 1$.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên $(P) \Rightarrow BH // \Delta \Rightarrow d(B, \Delta) = d(H, \Delta)$.

Ta có $H(3; 1; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2; -1; 2) \Rightarrow AH = 3$

Khi M di động trên (C) thì $HM_{\min} \Leftrightarrow M$ là giao điểm của đoạn thẳng AH và $(C) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AH} \Rightarrow \overrightarrow{AM} \left(\frac{2}{3}; \frac{-1}{3}; \frac{2}{3} \right) \Rightarrow M \left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3} \right)$.

Câu 4.

- a) Sai. Thể tích nước trong bể là $V = 1,5 \cdot 50^2 = 3750$ (m³).
 b) Đúng. Gọi x (m) là chiều rộng của đáy bể, khi đó chiều dài của đáy bể là $2x$ (m) và h (m) là chiều cao bể. Bể có thể tích bằng $\frac{256}{3} \text{ m}^3 \Rightarrow 2x^2h = \frac{256}{3} \Leftrightarrow h = \frac{128}{3x^2}$.
 c) Đúng. Diện tích xung quanh của bể là $S = 2(xh + 2xh) = 6x \cdot \frac{128}{3x^2} = \frac{256}{x}$ (m²).
 d) Sai. Giá thuê nhân công là $f = 500 \cdot \frac{256}{x} + 250 \cdot 2x^2 = 500 \left(\frac{128}{x} + \frac{128}{x} + x^2 \right) \geq 500 \cdot 3\sqrt[3]{128^2} = 1500\sqrt[3]{128^2} \approx 38100$.

$$\Rightarrow f_{\min} = 38100 \text{ (nghìn đồng) khi } \frac{128}{x} = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{128}.$$

Vậy giá thuê nhân công thấp nhất là 38100 nghìn đồng.

PHẦN III.

Câu 1. Đáp án: 450.

Gọi x (nghìn đồng) là giá phòng khách sạn cần đặt ra, $x > 400$ (đơn vị: nghìn đồng).

Giá chênh lệch sau khi tăng $x - 400$ (nghìn đồng).

Số phòng cho thuê giảm nếu giá là x nghìn đồng là: $\frac{(x-400) \cdot 2}{20} = \frac{x-400}{10}$.

Số phòng cho thuê với giá x nghìn đồng là: $50 - \frac{x-400}{10} = 90 - \frac{x}{10}$.

Tổng doanh thu trong ngày là: $f(x) = x \left(90 - \frac{x}{10}\right) = -\frac{x^2}{10} + 90x$.

Ta có: $f'(x) = -\frac{x}{5} + 90$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 450$.

Bảng biến thiên:

x	400		450		$+\infty$
$f'(x)$		+	:	-	
$f(x)$			20250		

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 450$.

Vậy nếu cho thuê với giá 450 nghìn đồng thì sẽ có doanh thu cao nhất trong ngày.

Câu 2. Đáp án: 2.

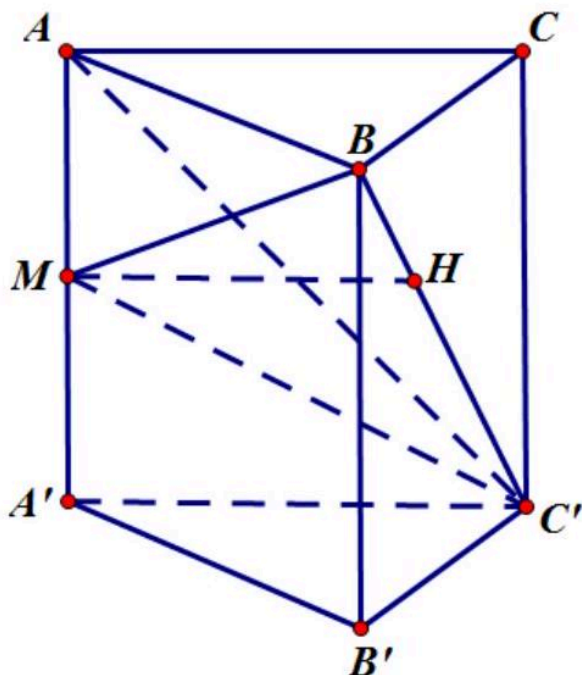
Giả sử cạnh bên $AA' = BB' = CC' = h$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA'}) = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'}) = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'}$$

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C'}$$

$$\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC'} = (\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'}) \cdot (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C'})$$

$$= \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{A'C'} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{A'C'}$$



$$= 0 + BA \cdot AC \cdot \cos 120^\circ + \frac{1}{2}BB' \cdot AA' \cdot \cos 0^\circ + 0$$

$$= a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}h \cdot h = -\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}h^2.$$

Theo giả thiết: $BM \perp AC' \Rightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC'} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}h^2 = \frac{1}{2}a^2 \Leftrightarrow h = a.$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

Vì $AM \parallel (BCC')$ nên $V_{M.BCC'} = V_{A.BCC'}$ hay $V_{M.BCC'} = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3.$

Ta có $MB = MC' = \frac{a\sqrt{5}}{2}, BC' = a\sqrt{2}.$ Theo công thức Heron suy ra $S_{MBC'} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}.$

Vậy khoảng cách cần tìm là $d(C, (BMC')) = \frac{3V_{CBMC'}}{S_{MBC'}} = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$

Do $a = 2\sqrt{2}$ nên $d(C, (BMC')) = 2.$

Câu 3. Đáp án: 0,49.

Xét các biến cố A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bóng chuyền";

B : "Chọn được học sinh nữ".

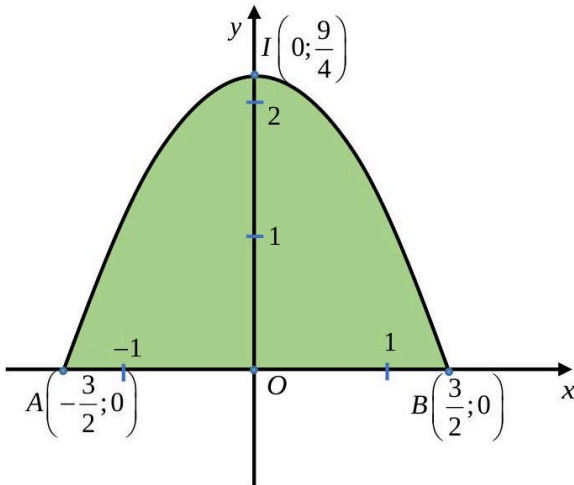
Theo giả thiết, ta có: $P(A) = 0,6; P(\bar{A}) = 0,4; P(B | A) = 0,65; P(B | \bar{A}) = 0,25.$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất chọn được học sinh nữ là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,6 \cdot 0,65 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,49.$$

Câu 4. Đáp án: 6,75.

Gọi phương trình parabol $(P) : y = ax^2 + bx + c.$ Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ dưới).



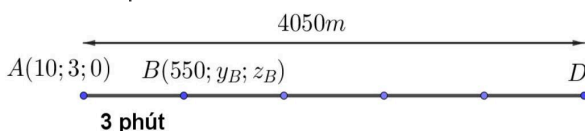
Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1. \text{ Vậy } (P) : y = -x^2 + \frac{9}{4} \\ b = 0 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \left(\frac{-x^3}{3} + \frac{9}{4}x\right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền phải trả là: $\frac{9}{2} \cdot 1,5 = 6,75$ (triệu đồng).

Câu 5. Đáp án: 15.



$$\vec{u} = (2; -2; 1)$$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = k\vec{u}, k \neq 0$ (do \overrightarrow{AB} và \vec{u} cùng phương)

$$\Leftrightarrow (540; y_B - 3; z_B) = k(2; -2; 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 540 = 2k \\ y_B - 3 = -2k \\ z_B = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 270 \\ y_B = -537 \\ z_B = 270 \end{cases}$$

Suy ra $B(550; -537; 270)$.

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(550 - 10)^2 + (-537 - 3)^2 + (270 - 0)^2} = 810 \text{ (m)}.$$

Khi đó, $\frac{AD}{AB} = \frac{4050}{810} = 5$ hay $AD = 5AB$.

Mà vận tốc không đổi chuyển động đều theo cáp thẳng đến D và thời gian di chuyển từ A đến B là 3 phút.

Nên thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là $5 \cdot 3 = 15$ (phút).

**Câu 6. Đáp án: 6,7.

Theo bài ta có $\begin{cases} k \cdot a^2 = 3 \\ k \cdot a^5 = 10 \end{cases}$ (1). Ta cần tìm t sao cho $k \cdot a^t = 20$.

Từ (1) $\Rightarrow k = \frac{3}{a^2}$ và $a^3 = \frac{10}{3} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$.

$$\Rightarrow \frac{3}{a^2} \cdot a^t = 20 \Leftrightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3} \Leftrightarrow t - 2 = \log_a \frac{20}{3} \Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \approx 6,7.$$