

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	A	C	D	A	A	B	C	A	B	A

### PHẦN II.

Câu	1	1	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

### PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,75	64,3	3	3,74	15	0,03

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### PHẦN I.

Câu 1.  $\int \sin 2x \, dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$ . Chọn B.

Câu 2. Thể tích:  $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{8}} (\cos 4x)^2 \, dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{1+\cos 8x}{2} \, dx = \pi \left( \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} \sin 8x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{8}} = \frac{\pi^2}{16}$ . Chọn B.

Câu 3. Cỡ mẫu  $n = 30$  nên trung vị là số liệu thứ 15 trong mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự không giảm. Do đó, trung vị của mẫu số liệu đã cho thuộc nhóm  $[60; 70)$ . Chọn A.

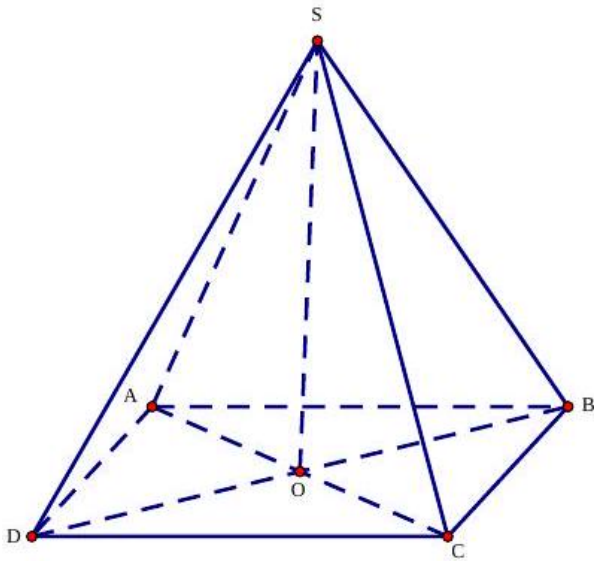
**Câu 4.** Đường thẳng đi qua  $A$  và song song  $BC$  nhận  $\overrightarrow{BC} = (-2; -2; 4)$  làm vectơ chỉ phương, suy ra  $\vec{u} = (1; 1; -2)$  cũng là vectơ chỉ phương.  
 Phương trình đường thẳng cần tìm:  $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ . Chọn C.

**Câu 5.** Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:  
 Đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $x = -3$  là tiệm cận đứng và đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang (loại đáp án **A** và **B**).  
 Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.  
 Xét hàm số  $y = \frac{2x+7}{x+3} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+3)^2} < 0 (\forall x \neq -3) \Rightarrow$  Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định nên ta loại đáp án C. Chọn D.

**Câu 6.** Ta có:  $\log(x - 1) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x - 1 < 10^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 101 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 101$ .  
 Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(1; 101)$ . Chọn **A**.

**Câu 7.** Ta có  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 6y - 2z + 6 = 0$ .  
 Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đã cho là  $\vec{n} = (3; 6; -2)$ . Chọn **A**.

**Câu 8.** Tam giác  $SAC$  cân tại  $S$  (vì  $SA = SC$ ) có  $SO$  là đường trung tuyến nên  $SO \perp AC$ .  
 Tương tự, ta có  $SO \perp BD$ .  
 Mà  $AC \cap BD = O; AC, BD \subset (ABCD)$ .  
 Vậy  $SO \perp (ABCD)$ . Chọn B.

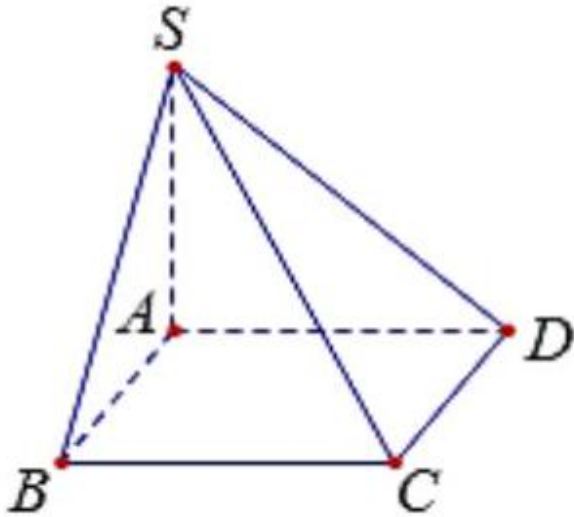


**Câu 9.** Ta có  $\log_3(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 3x - 2 = 3^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x = \frac{29}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}$ . Chọn C.

**Câu 10.** Công bội của cấp số nhân đã cho là  $p = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$ . Chọn **A**.

**Câu 11.** Ta có  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC}$   
 $= \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$

Chọn B



**Câu 12.** Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên  $(-1; 1)$ . Chọn **A**.

## PHẦN II.

**Câu 1.**

a) Đúng. Xét hàm số có đồ thị  $y = f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{cx+d}$  nhận đường  $x = 1$  làm tiệm cận đứng và cắt trục tung tại điểm  $(0; -1)$  nên ta có:  $\begin{cases} c + d = 0 \\ \frac{1}{d} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ d = -1 \end{cases}$ .

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên  $y = x$ .

Ta có  $y = f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1} = ax + b + a + \frac{a+b+1}{x-1}$ .

Nên tiệm cận xiên là đường  $y = ax + b + a \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b + a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$ .

Do đó ta có  $a + b + c + d = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$ .

b) Đúng. Từ đồ thị ta nhận thấy trong khoảng  $(-1; 0)$  đồ thị hàm số là đường liền nét đi lên từ trái qua phải nên hàm số đồng biến trên  $(-1; 0)$ .

c) Sai. Ta có  $y = f(x) = x + \frac{1}{x-1} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ .  $f(0) = -1; f(2) = 3 \Rightarrow A(0; -1); B(2; 3)$ .

Gọi  $M(t; 0) \in Ox$ . Khi góc  $AMB$  không tù thì  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} \geq 0$ .

$\overrightarrow{MA} = (-t; -1); \overrightarrow{MB} = (2-t; 3) \Rightarrow -t(2-t) - 3 \geq 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 3 \\ t \leq -1 \end{cases}$ .

d) Sai. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là  $A(0; -1); B(2; 3)$ .

Đường thẳng  $y = x - 1$  không đi qua  $B(2; 3)$ .

**Câu 2.**

a) Đúng. Tốc độ ban đầu của ô tô là  $90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ .

Quãng đường ô tô đi được trong 4 giây đầu tiên là:  $S_1 = 4 \cdot 25 = 100 \text{ (m)}$ .

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là:

$S_2 = 320 - 100 = 220 \text{ (m)}$ .

b) Sai. Thời điểm bắt đầu giảm tốc ta có  $t = 0, v(0) = 25 \Rightarrow b = 25$ .

c) Sai. Quãng đường  $S(t)$  ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây kể từ lúc bắt đầu giảm tốc ( $0 \leq t \leq 20$ ) được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t)dt$ .

d) Đúng. Ta có  $v(t) = at + 25$  (m/s).

Biết xe tách làn sau 10 giây kể từ khi giảm tốc, nên ta có  $220 = \int_0^{10} (at + 25)dt = 50a + 250 \Rightarrow a = -\frac{3}{5} \Rightarrow v(t) = -\frac{3}{5}t + 25$  (m/s).

Tốc độ của ô tô sau 20 giây là:  $v(20) = -\frac{3}{5} \cdot 20 + 25 = 13$  m/s = 46,8 km/h < 50 km/h.

### Câu 3.

a) Đúng. Ta có  $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4, P(\bar{A}) = \frac{6}{10} = 0,6$ .

b) Sai. Theo bài ra ta có:  $P(B | A) = 0,75; P(B | \bar{A}) = 0,6$ . Suy ra  $P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$ .

c) Sai. Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,4 \cdot 0,75 + 0,6 \cdot 0,6 = 0,66.$$

Vậy xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu là 0,66.

d) Sai. Ta cần tính  $P(\bar{A} | B)$ .

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có } P(\bar{A} | B) = \frac{P(\bar{A})P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{0,6 \cdot 0,6}{0,66} = \frac{6}{11}.$$

### Câu 4.

a) Sai. Phương trình mặt cầu ( $S$ ) mô tả ranh giới nhận được cường độ âm chuẩn là  $x^2 + (y + 3)^2 + (z + 1)^2 = 100$ .

b) Đúng. Khoảng cách từ vị trí có tọa độ  $(5; 0; 2)$  đến nguồn âm là:

$$d = \sqrt{(5 - 0)^2 + (0 + 3)^2 + (2 + 1)^2} = \sqrt{43} < 10$$

Vậy tại vị trí có tọa độ  $(5; 0; 2)$  có thể nhận được cường độ âm chuẩn từ nguồn âm.

c) Đúng. Ta có  $\overrightarrow{MN} = (2; 10; -6)$ , chọn  $\vec{u} = (-1; -5; 3)$  là vectơ chỉ phương; đường thẳng đi qua

$$\text{điểm } M(5; 0; 2) \text{ nên có phương trình tham số } \begin{cases} x = 5 - t \\ y = -5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

d) Sai.  $A$  thuộc  $MN$  nên  $A(5 - t; -5t; 2 + 3t)$ .

$$\text{Mặt khác } A \text{ thuộc } (S) \text{ nên } (5 - t)^2 + (-5t + 3)^2 + (2 + 3t + 1)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow (5 - t)^2 + (3 - 5t)^2 + (3 + 3t)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow 25 - 10t + t^2 + 9 - 30t + 25t^2 + 9 + 18t + 9t^2 = 100$$

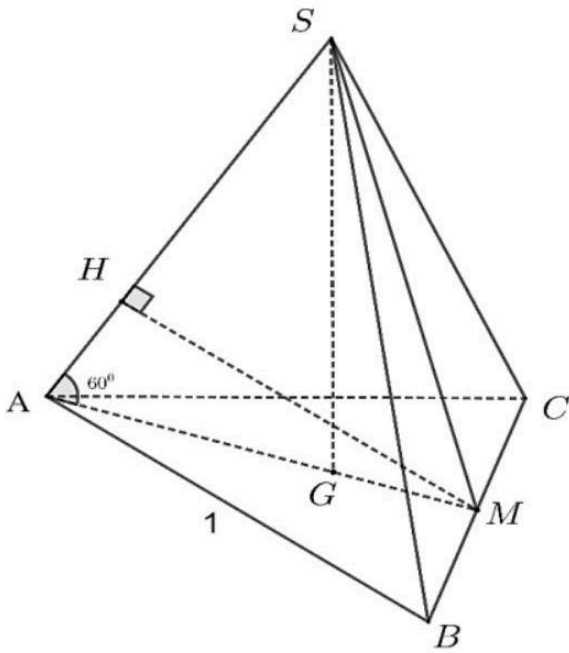
$$\Leftrightarrow 35t^2 - 22t - 57 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{57}{35} \end{cases}.$$

$$\text{Với } t = \frac{57}{35} \Rightarrow A\left(\frac{118}{35}; -\frac{57}{7}; \frac{241}{35}\right).$$

Với  $t = -1 \Rightarrow A(6; 5; -1)$ , khi đó  $\overrightarrow{AM} = (-1; -5; 3); \overrightarrow{AN} = (1; 5; -3)$  là hai vectơ đối nhau phù hợp với điểm  $A$  ở giữa  $MN$  nên điểm  $A$  này mới chính là điểm đầu tiên nhận được nguồn âm.

### PHẦN III.

Câu 1. Đáp án: 0,75



Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ ,  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .

Do  $S.ABC$  là hình chóp đều nên  $SG \perp (ABC)$ , do đó góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $SAG$ .

Kè  $MH \perp SA$  tại  $H$ . Ta có  $AM \perp BC$ ,  $SG \perp BC$  nên  $(SAM) \perp BC \Rightarrow MH \perp BC$ .

Do đó  $MH$  là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$ .

Xét tam giác  $AMH$  vuông tại  $H$ , có  $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $SAM = 60^\circ$  nên

$$MH = AM \cdot \sin 60^\circ = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Vậy  $d(SA, BC) = MH = 0,75$ .

Câu 2. Đáp án: 64,3

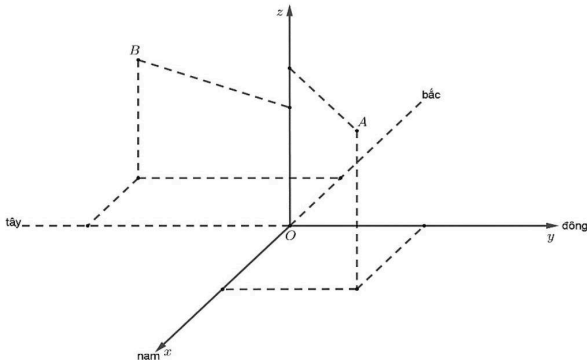
Gọi tắt các địa điểm du lịch tâm linh đã cho như sau: Đền Xương Giang (A), Chùa Bồ Đà (B), Chùa Vĩnh Nghiêm (C), Thiền viện Trúc lâm Phượng Hoàng (D), Đền Ngọc Lâm (E). Hành khách sẽ xuất phát từ Đền Xương Giang (A) và đi thăm mỗi địa điểm đúng một lần nên ta có các phương án chọn đường đi như sau:

Đường đi	Tổng số kilômét đường đi
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$	$20,4 + 35,5 + 18,9 + 14,5 = 89,3$
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D$	$20,4 + 35,5 + 24,2 + 14,5 = 94,6$
$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E$	$20,4 + 24,8 + 18,9 + 24,2 = 88,3$
$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C$	$20,4 + 24,8 + 14,5 + 24,2 = 83,9$
$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C$	$20,4 + 14,2 + 14,5 + 18,9 = 68$
$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D$	$20,4 + 14,2 + 24,2 + 18,9 = 77,7$
...	
$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B$	$16,7 + 18,9 + 14,5 + 14,2 = 64,3$

Ta xem xét các lộ trình đường đi và tìm ra được độ dài của tuyến đường ngắn nhất là 64,3 km.

**Câu 3.** Đáp án: 3

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất với trục  $Ox$  hướng về phía nam, trục  $Oy$  hướng về phía đông và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai ở vị trí  $A, B$ . Ta có  $A\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{4}{5}\right), B\left(-\frac{3}{2}; -3; \frac{3}{5}\right)$ .

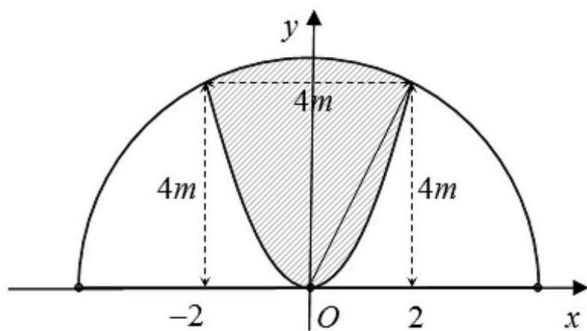
Gọi  $C$  là điểm đối xứng của  $A$  qua mặt phẳng  $(Oxy), C\left(\frac{5}{2}; 2; -\frac{4}{5}\right)$ .

Khi đó  $I = BC \cap (Oxy)$  là vị trí cần tìm.

Ta có  $\overrightarrow{BC} = \left(4; 5; -\frac{7}{5}\right), I \in (Oxy) \Rightarrow I(x; y; 0) \Rightarrow \overrightarrow{BI} = \left(x + \frac{3}{2}; y + 3; -\frac{3}{5}\right)$

$\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BI}$  cùng phương nên  $\frac{x+\frac{3}{2}}{4} = \frac{y+3}{5} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{7}{5}} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{14} \\ y = -\frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{14} \\ b = \frac{3}{7} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 3$ .

**Câu 4.** Đáp án: 3,74



Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ, ta có bán kính của đường tròn là  $R = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ . Phương trình của nửa đường tròn  $(C)$  là:  $x^2 + y^2 = 20, y \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$ .

Parabol  $(P)$  có đỉnh  $O(0; 0)$  và đi qua điểm  $(2; 4)$  nên có phương trình:  $y = x^2$ .

Diện tích phần tô màu là:  $S_1 = \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx \approx 11,94 \text{ (m}^2\text{)}$ .

Diện tích phần không tô màu là:  $S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 - S_1 \approx 10\pi - 11,94 \text{ (m}^2\text{)}$ .

Số tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó là:

$150000 \cdot 11,94 + 100000 \cdot (10\pi - 11,94) \approx 3738593$  (đồng).

Làm tròn thành 3,74 triệu đồng.

**Câu 5.** Đáp án: 15.

Điều kiện  $0 < x < 45$ .

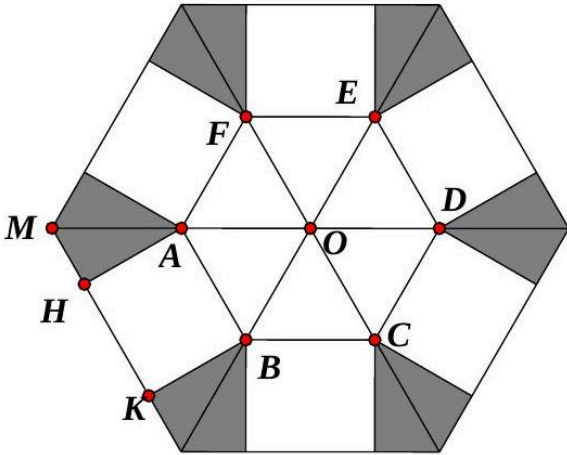
Cạnh đáy của lăng trụ lục giác đều:

$$AB = HK = 90 - 2x \text{ (cm)}.$$

Chiều cao của lăng trụ lục giác đều:

$$HA = MH \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Diện tích đáy của lăng trụ lục giác đều:



$$S_{ABCDEF} = 6S_{ABO} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}(90 - 2x)^2 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Thể tích của khối lăng trụ lục giác đều:  $V(x) = HA \cdot S_{ABCDEF} = \frac{9}{2}x(90 - 2x)^2 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Hay  $V(x) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$ .

Xét hàm số  $V(x) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$  trên khoảng  $(0; 45)$ .

$$V'(x) = 54x^2 - 3240x + 36450$$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow 54x^2 - 3240x + 36450 = 0 \Leftrightarrow x = 15 \text{ hoặc } x = 45 \text{ (loại)}.$$

Bảng biến thiên:

$x$	<b>0</b>	<b>15</b>	<b>45</b>	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$		243000		

Từ bảng biến thiên ta có:  $\max_{(0;45)} V(x) = 243000 \text{ (cm}^3\text{)}$  khi và chỉ khi  $x = 15 \text{ cm}$ .

Vậy thể tích của khối lăng trụ lục giác đều lớn nhất khi và chỉ khi  $x = 15 \text{ cm}$ .

**Câu 6.** Đáp án: 0,03

Xét các biến cố:

A: "Người được chọn mắc bệnh X";

B: "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Theo giả thiết ta có:  $P(A) = 0,002$ ;  $P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$ ;  $P(B | A) = 1$ ;  $P(B | \bar{A}) = 0,06$ .

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,002 \cdot 1}{0,002 \cdot 1 + 0,998 \cdot 0,06} \approx 0,03$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó là khoảng 0,03.