BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
ĐỀ THI THỬ - ĐỀ SỐ 09

KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT TỪ 2025

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	B	B	A	C	A	D	D	A	C	D

PHẦN II.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng	a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	95	753	0,33	0,48	403	1555

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1. Theo tính chất xác suất ta có $P(A)=1-P(\bar{A})$. Chọn C.

Câu 2. Vận tốc của vật sau t giây là $v(t)=h'(t)=32,5-9,8t(\mathrm{~m/s})$.
Do đó, vận tốc của vật sau 3 giây là $v(3)=32,5-9,8\cdot 3=3,1(\mathrm{~m/s})$. Chọn $\mathbf{C}$.

Câu 3. Từ bảng biến thiên ta có:
$\lim_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$, suy ra đồ thị hàm số có TCĐ $x=0$.
$\lim_{x\to -\infty} f(x)=1$, suy ra đồ thị hàm số có TCN $y=1$.

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$, suy ra đồ thị hàm số có TCN $y=3$.
Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận. Chọn B.

Câu 4. Sử dụng công thức $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)$, ta tính được $\overrightarrow{AB}=(-2;-5)$. Chọn $\mathbf{B}$.

Câu 5. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $4,2-2,7=1,5(\mathrm{~km})$. Chọn $\mathbf{A}$.

Câu 6. Chọn C.

Câu 7. Ta có $F(x)=\int\left(e^x+2x\right)\mathrm{d}x=e^x+x^2+C$.
Theo bài ra ta có: $F(0)=1+C=\frac{3}{2}\Rightarrow C=\frac{1}{2}$. Vậy $F(x)=e^x+x^2+\frac{1}{2}$. Chọn $\mathbf{A}$.

Câu 8. Áp dụng công thức $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_b^c f(x)\mathrm{d}x=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x$.
Do đó $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=9+4=13$. Chọn D.

Câu 9. Ta có $S=\int_0^1\left|2x^2-(-1)\right|\mathrm{d}x=\int_0^1\left|2x^2+1\right|\mathrm{d}x=\int_0^1\left(2x^2+1\right)\mathrm{d}x$. Chọn D.

Câu 10. Phương trình mặt cầu: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0\left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$ có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.
Ta có $a=4,b=-5,c=3,d=49$. Do đó $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=1$. Chọn A.

Câu 11. $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1\Leftrightarrow x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\quad(k\in\square)$. Chọn C.

Câu 12. $3^{x-1}=27\Leftrightarrow 3^{x-1}=3^3\Leftrightarrow x-1=3\Leftrightarrow x=4$. Chọn D.

PHẦN II.

Câu 1. Ta có $y=\frac{1}{8}\left(x^3-3x^2-9x-5\right)\Rightarrow y'=\frac{1}{8}\left(3x^2-6x-9\right)$.
a) Sai. Ta có

$$y'=\frac{1}{8}\left(3x^2-6x-9\right)=\frac{3}{8}\left[(x-1)^2-4\right]\geq-\frac{3}{2}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x_0=1\Rightarrow y_0=-2$.
Vậy tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị hàm số (C) là tiếp tuyến tại điểm $(1;-2)$ có phương trình là $y=y'(1)(x-1)-2=-\frac{3}{2}(x-1)-2=-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ nên tiếp tuyến không đi qua điểm $A\left(0;-\frac{7}{3}\right)$.

b) Sai. Hàm số $y=\frac{1}{8}\left(x^3-3x^2-9x-5\right)$ liên tục trên $[4;8]$.
Giải $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin[4;8]\\x=3\notin[4;8]\end{array}\right.$.
Ta có $y(4)=-\frac{25}{8};y(8)=\frac{243}{8}\Rightarrow\max_{[4;8]}y=y(8)=\frac{243}{8}$.

c) Đúng. Ta có: $y''=\frac{1}{8}(6x-6)$. Giải $y''=0 \Leftrightarrow \frac{1}{8}(6x-6)=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=-2$ nên tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $(1;-2)$.

d) Đúng. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A(-1;0); B(3;-4)$.

Câu 2.
a) Đúng. Ta có $\overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{AM}=-\frac{1}{5}\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{5}\vec{b}$.

b) Sai. $\overrightarrow{EN}=\frac{2}{5}\overrightarrow{EC}=\frac{2}{5}(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{EA})=\frac{2}{5}(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})$.

c) Đúng. $(m\cdot\vec{a}+n\cdot\vec{b}+p\cdot\vec{c})^2=m^2\cdot\vec{a}^2+n^2\cdot\vec{b}^2+p^2\cdot\vec{c}^2+2mn\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}+2np\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}+2mp\cdot\vec{a}\cdot\vec{c}=m^2\cdot\vec{a}^2+n^2\cdot\vec{b}^2+p^2\cdot\vec{c}^2\cdot$ (vì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đôi một vuông góc nên $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}=0$).

d) Đúng. Ta có $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EN}=-\frac{1}{5}\vec{b}+\vec{c}+\frac{2}{5}(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}$.
$MN^2=\overrightarrow{MN}^2=\left(\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}\right)^2=\frac{4}{25}\vec{a}^2+\frac{1}{25}\vec{b}^2+\frac{9}{25}\vec{c}^2=\frac{4}{25}\cdot 4+\frac{1}{25}\cdot 9+\frac{9}{25}\cdot 4=\frac{61}{25}$.
Suy ra $MN=\frac{\sqrt{61}}{5}$.

Câu 3.
a) Đúng. Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(2;1;3)$.

b) Sai. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-1;1)$.

c) Đúng. $(Q)\perp\Delta \Rightarrow \mathrm{VTPT}\, \vec{n}_{(Q)}=(2;1;3)$.
Khi đó phương trình mặt phẳng $(Q): 2x+y+3z=0$.

d) Đúng. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) :

$$\sin(\Delta,(P))=\frac{|2\cdot 1+1\cdot(-1)+3\cdot 1|}{\sqrt{2^2+1^2+3^2}\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}}=\frac{4}{\sqrt{42}} \Rightarrow (\Delta,(P)) \approx 38^{\circ}.$$

Câu 4. Gọi biến cố A là: "Có mưa vào thứ hai"; biến cố B là: "Có mưa vào thứ ba".
Từ giả thiết có $P(A)=x^2 \Rightarrow P(\bar{A})=1-x^2$;

$$P(B\mid A)=\frac{1}{4}x \text{ và } P(B\mid\bar{A})=x.$$

a) Sai. Ta có $P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$. Suy ra $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B\mid A)$.
Xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $P(A)\cdot P(B\mid A)=x^2\cdot\frac{1}{4}x=\frac{x^3}{4}$.

b) Sai. Để khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% thì $\frac{x^3}{4}=25\% \Leftrightarrow x=1$.

c) Sai. Xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là
$P(B)=P(A)\cdot P(B\mid A)+P(\bar{A})\cdot P(B\mid\bar{A})=x^2\cdot\frac{1}{4}x+\left(1-x^2\right)\cdot x=x-\frac{3x^3}{4}$.

d) Đúng. Điều kiện của biến $0 \leq x \leq 1$.

Xét hàm số $y = x - \frac{3}{4}x^3$ trên đoạn $[0;1]$. Ta có $y' = 1 - \frac{9}{4}x^2; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{2}{3} \\ x = -\frac{2}{3}(l) \end{array}\right.$.

$y(0) = 0; y\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}; y(1) = \frac{1}{4}$. Suy ra $\max_{[0;1]} y = y\left(\frac{2}{3}\right)$.
Như vậy, khi $x = \frac{2}{3}$ thì xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba là lớn nhất.
Theo công thức Bayes, xác suất để có mưa vào thứ hai biết trời mưa vào thứ ba là
$P(A \mid B) = \frac{P(A) \cdot P(B \mid A)}{P(B)} = \frac{x^2 \cdot \frac{1}{4}x}{x - \frac{3}{4}x^3} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3} = \frac{1}{6}$.

PHẦN III.

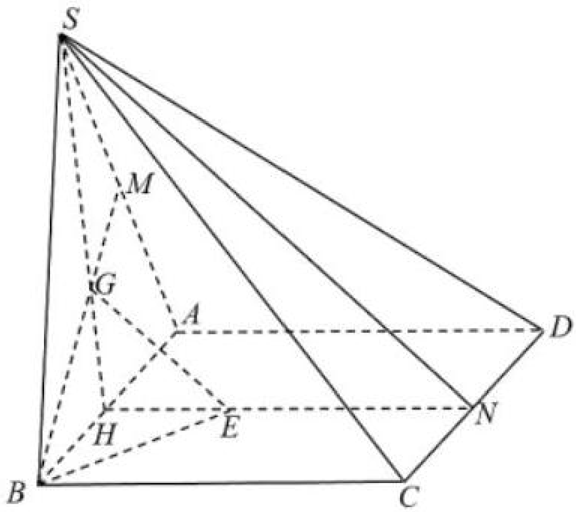
Câu 1. Đáp án: 95.
Gọi p (nghìn đồng) là giá của mỗi vé; x là số khán giả mua vé. Ta cần xác định hàm cầu $p = p(x)$.
Theo giả thiết, tốc độ thay đổi của x tỉ lệ với tốc độ thay đổi của p nên hàm số $p = p(x)$ là hàm số bậc nhất.
Giá vé $p_1 = 100$ ứng với $x_1 = 27000$ và giá vé $p_2 = 90$ ứng với $x_2 = 27000 + 3000 = 30000$.
Do đó, phương trình đường thẳng $p = ax + b$ đi qua hai điểm $(27000; 100)$ và $(30000; 90)$ là $p - 100 = \frac{100-90}{27000-30000}(x - 27000)$ hay $p - 100 = -\frac{1}{300}(x - 27000)$, tức là $x = -300p + 57000$. Hàm doanh thu từ tiền bán vé là $R(p) = px = p(-300p + 57000) = -300p^2 + 57000p$.
Ta cần tìm p sao cho R đạt giá trị lớn nhất. Ta có:
$R'(p) = -600p + 57000; R'(p) = 0 \Leftrightarrow p = 95$.
Bảng biến thiên:

p	**0**	**95**	**+**	$+\infty$
$R'(p)$		+	0	-
$R(p)$				

Vậy với giá vé là 95 nghìn đồng một vé thì doanh thu bán vé là lớn nhất.

Câu 2. Đáp án: 753.
Kí hiệu u_n là mức lương của quý thứ n làm việc cho công ty.
Khi đó $u_1 = 60$ và $u_{n+1} = u_n + 0,5, n \geq 1$.
Dãy số (u_n) lập thành cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 60$ và công sai $d = 0,5$.
Một năm có 4 quý nên 3 năm có tổng 12 quý.
Số tiền lương sau 3 năm bằng tổng số tiền lương của 12 quý và bằng tổng 12 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n). Vậy, tổng số tiền lương nhận được sau 3 năm làm việc cho công ty của kỹ sư là $S_{12} = \frac{12 \cdot [2 \cdot 60 + 11 \cdot 0,5]}{2} = 753$ (triệu đồng).

Câu 3. Đáp án: 0,33 .
Gọi H là trung điểm của AB, G là giao điểm của SH và BM.
Do $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.
Trong mặt phẳng (SHN), kẻ đường thẳng đi qua G và song song với SN, cắt HN tại E.



Ta có $SN//(BGE)$ nên

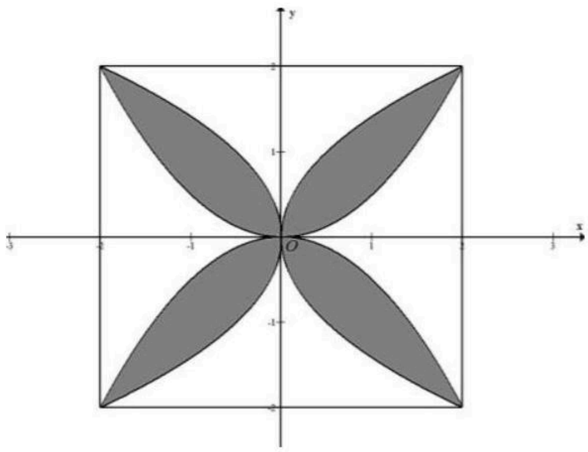
$$d(BM, SN) = d(SN, (BGE)) = d(S, (BGE))$$

Do G là trọng tâm của tam giác SAB nên $\frac{d(S,(BGE))}{d(H,(BGE))} = \frac{SG}{HG} = 2$
$\Rightarrow d(S, (BGE)) = 2d(H, (BGE))$.
Ta có $HE = \frac{1}{3}HN = \frac{1}{3}$ nên $S_{\triangle BHE} = \frac{1}{2}BH \cdot HE \cdot \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{24}$.
Thể tích của tứ diện $GBHE$ là $V_{GBHE} = \frac{1}{3}GH \cdot S_{\triangle BHE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{24} = \frac{1}{144}$.
Mặt khác $V_{GBHE} = \frac{1}{3} \cdot d(H, (BGE)) \cdot S_{\triangle BGE}$.
Ta có $BE^2 = BH^2 + HE^2 - 2BH \cdot HE \cdot \cos 120^\circ = \frac{19}{36}, BG = \frac{\sqrt{3}}{3}$,
$GE = \frac{1}{3}SN = \frac{1}{3}\sqrt{SH^2 + HN^2} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{3}{4} + 1} = \frac{\sqrt{7}}{6}$.
Vì $BE^2 = BG^2 + GE^2$ nên tam giác BGE vuông tại $G, S_{\triangle BGE} = \frac{1}{2}BG \cdot GE = \frac{\sqrt{21}}{36}$.
Do đó $d(H, (BGE)) = \frac{3V_{GBHE}}{S_{\triangle BGE}} = \frac{3}{4\sqrt{21}}$. Vậy $d(BM, SN) = 2 \cdot \frac{3}{4\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{21}}{14} \approx 0,33$.

Câu 4. Đáp án: 0,48.
Gọi A là biến cố: "Vận động viên thuộc đội I", $\bar{A}$ là biến cố: "Vận động viên thuộc đội II".
Gọi B là biến cố: "Vận động viên đạt huy chương vàng".
Theo bài ra ta có: $P(A) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}, P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{4}{7}$;
$P(B \mid A)$ là xác suất đạt huy chương vàng của vận động viên thuộc đội I nên $P(B \mid A) = 0,75$;
$P(B \mid \bar{A})$ là xác suất đạt huy chương vàng của vận động viên thuộc đội II nên $P(B \mid \bar{A}) = 0,6$.
$P(A \mid B)$ là xác suất để vận động viên thuộc đội I biết vận động viên đạt huy chương vàng. Theo công thức Bayes ta có:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A) \cdot P(B \mid A)}{P(A) \cdot P(B \mid A) + P(\bar{A}) \cdot P(B \mid \bar{A})} = \frac{\frac{3}{7} \cdot 0,75}{\frac{3}{7} \cdot 0,75 + \frac{4}{7} \cdot 0,6} \approx 0,48$$

Câu 5. Đáp án: 403.
Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng decimét). Khi đó, ta xác định được các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{2}, y = -\frac{x^2}{2}, x = -\frac{y^2}{2}, x = \frac{y^2}{2}$.



Ta có $x=\frac{y^2}{2} \Leftrightarrow y^2=2x \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{2x}$.
Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{2}, y=\sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x=0; x=2$.
Do đó diện tích một cánh hoa bằng $\int_0^2\left(\sqrt{2x}-\frac{x^2}{2}\right) \mathrm{d}x=\frac{4}{3}\left(\mathrm{dm}^2\right)=\frac{400}{3}\left(\mathrm{~cm}^2\right)$.
Suy ra $a=400, b=3$. Vậy $a+b=400+3=403$.

Câu 6. Đáp án: 1555.
Do chiếc máy bay di duyển với tốc độ và hướng không đổi từ A đến B trong 10 phút và từ B đến C trong 10 phút.
Nên suy ra $AB=BC$ và A, B, C thẳng hàng.
Suy ra B là trung điểm của $AC \Rightarrow\left\{\begin{array}{l}x_B=\frac{x_A+x_C}{2} \\ y_B=\frac{y_A+y_C}{2} \\ z_B=\frac{z_A+z_C}{2}\end{array} \Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}950=\frac{812+x}{2} \\ 530=\frac{600+y}{2} \\ 6=\frac{5+z}{2}\end{array} \Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=1088 \\ y=460 \\ z=7\end{array}\right.\right.\right.$.
Vậy $x+y+z=1555$.