

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	C	B	B	C	A	A	B	C	C	B

PHẦN II.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai	a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,98	20,8	-11	10	602	112

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 5. Chọn **D**.

Câu 2. Đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$, đi qua gốc tọa độ. Chọn **A**.

Câu 3. Ta có: $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx = 2F(x) + C$. Chọn **C**.

Câu 4. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 19 - 14 = 5$. Chọn **B**.

Câu 5. Ta có bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{2,85 \cdot 3 + 3,15 \cdot 6 + 3,45 \cdot 5 + 3,75 \cdot 4 + 4,05 \cdot 2}{20} = 3,39.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{1}{20} [3 \cdot (2,85 - 3,39)^2 + 6 \cdot (3,15 - 3,39)^2 + \dots + 2 \cdot (4,05 - 3,39)^2] = 0,1314$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s = \sqrt{s^2} \approx 0,3625$. Chọn B.

Câu 6. Ta có: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,7 + 0,5 - 0,8 = 0,4$.

Khi đó, $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8$. Chọn C.

Câu 7. Điểm thuộc trục tung Oy là $Q(0; -6; 0)$. Chọn A.

Câu 8. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P) : 2x - y + z + 5 = 0$ là $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. Chọn A.

Câu 9. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 3)$

$$\text{là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t. \text{ Chọn B.} \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

Câu 10. Mặt cầu (S) có tâm $I(5; 3; -3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{11}$ có phương trình là: $(x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z + 3)^2 = 44$. Chọn C.

Câu 11. Hàm số đồng biến trên R là $y = 2^x$ do nó có tập xác định là R và $y' = 2^x \ln 2 > 0$.

Chọn C.

Câu 12. Gọi A là biến cố: "Viên đạn thứ nhất trúng đích", ta có $P(A) = 0,8$.

Gọi B là biến cố: "Viên đạn thứ hai trúng đích", ta có $P(B) = 0,7$.

Xác suất của biến cố "Cả hai lần bắn đều trúng đích" là $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

Chọn B.

PHẦN II.

Câu 1.

a) Đúng. Hàm số có hai điểm cực trị là $x = -2$ và $x = 2$.

b) Sai. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

c) Sai. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 1$.

d) Sai. Hàm số có giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a \cdot m > 0$ mà $a > 0 \Rightarrow m > 0$.

ĐTHS $y = \frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có TCD $x = \frac{-n}{m} = 1 \Rightarrow m = -n \Rightarrow n < 0$.

ĐTHS cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt dương nên $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{c}{a} > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-b}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c > 0 \\ b < 0 \end{cases}$.

Vậy trong các số b, c, m, n có 2 số dương.

Câu 2.

a) Đúng. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là: $80 - 60 = 20$.

b) Đúng. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 62 + 9 \cdot 66 + 1 \cdot 70 + 1 \cdot 74 + 1 \cdot 78}{20} = 65,6 \text{ (kg)}.$$

c) Sai. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{1}{20} [8 \cdot (62 - 65,6)^2 + 9 \cdot (66 - 65,6)^2 + 1 \cdot (70 - 65,6)^2 + 1 \cdot (74 - 65,6)^2 + 1 \cdot (78 - 65,6)^2] = \frac{436}{25} = 17,44.$$

d) Sai. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là: $\sqrt{17,44} \approx 4,2 \text{ (kg)}$.

Câu 3.

a) Sai. Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (5; 12; -13)$.

b) Sai. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; -2)$.

c) Đúng. Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (5; 12; -13)$ và $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là:

$$\cos(\vec{u}, \vec{n}) = \frac{5 \cdot 1 + 12 \cdot (-2) + (-13) \cdot (-2)}{\sqrt{5^2 + 12^2 + (-13)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{7}{39\sqrt{2}}.$$

d) Sai. Ta có: $\sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{7}{39\sqrt{2}}$. Suy ra $(\Delta, (P)) \approx 7^\circ$.

Câu 4.

Gọi biến cố A : "Người làm xét nghiệm có kết quả dương tính";

Biến cố B : "Người đó thực sự nhiễm virus".

a) Đúng. Do tỷ lệ người nhiễm virus trong cộng đồng là $P(B) = \frac{40}{2000} = 0,02 = 2\%$.

Vậy xác suất để người đó thực sự nhiễm virus là 2%.

b) Đúng. Theo bài ra, ta có: $P(A | B) = 81,2\% = 0,812$; $P(\bar{A} | \bar{B}) = 98,4\% = 0,984$.

Suy ra $P(A | \bar{B}) = 1 - P(\bar{A} | \bar{B}) = 1 - 0,984 = 0,016 = 1,6\%$.

Vậy xác suất để người đó có kết quả dương tính trong khi thực sự không nhiễm virus là 1,6%.

c) Sai. Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,02 \cdot 0,812 + 0,98 \cdot 0,016 = 0,03192 = 3,192\%.$$

Vậy xác suất để người đó khi làm xét nghiệm có kết quả dương tính là 3,192%.

d) Đúng. Theo công thức Bayes, ta có: $P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,02 \cdot 0,812}{0,03192} \approx 0,509$.

Vậy xác suất người đó thực sự nhiễm virus khi nhận được kết quả dương tính khoảng 0,509.

PHẦN III.

Câu 1. Đáp án: 0,98.

Đặt $BC = x$ (m) với $0 < x < 1$.

Theo đề bài ta có: $AB \cdot BC = 0,48 \Rightarrow AB = \frac{0,48}{BC} = \frac{0,48}{x}$.

Xét hàm số $T = f(x) = AB + BC + CD = x + 2 \cdot AB = x + \frac{0,96}{x}$.

Đạo hàm $f'(x) = 1 - \frac{0,96}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 0,96 = 0 \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{5} \approx 0,98 \in (0; 1)$.

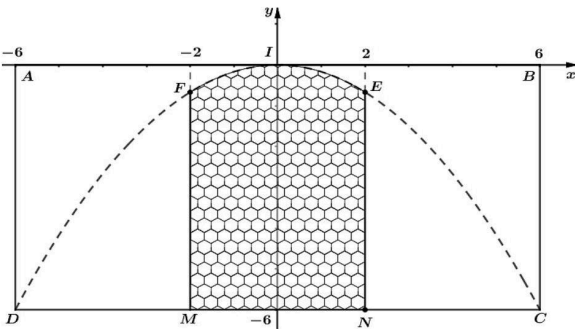
Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{2\sqrt{6}}{5}$	1	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$\frac{4\sqrt{6}}{5}$	$\frac{49}{25}$

Vậy chiều rộng đáy mương $BC = 0,98$ m thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2. Đáp án: 20,8.

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ bên dưới.



Ta thấy parabol đi qua các điểm D, F, I, E, C nên dễ dàng xác định được phương trình là $y = -\frac{x^2}{6}$.

Hai điểm M, F nằm trên đường thẳng $x = -2$; N, E nằm trên đường thẳng $x = 2$.

Khi đó diện tích hình MNEIF là: $S_{MNEIF} = \int_{-2}^2 \left(-\frac{x^2}{6} + 6\right) dx = \frac{208}{9} \text{ m}^2$.

Kinh phí làm bức tranh: $900000 \cdot \frac{208}{9} = 20800000$ (đồng) = 20,8 (triệu đồng).

Câu 3. Đáp án: -11.

Ta có vectơ $\vec{AB} = (300; 50; -50)$ nên $\vec{u} = (6; 1; -1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$AB. \text{ Phương trình đường thẳng } AB \text{ là: } \begin{cases} x = -200 + 6t \\ y = -200 + t \\ z = 100 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Gọi H là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng AB thì OH là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó, $H(6t - 200; t - 200; -t + 100)$.

Ta có: $\overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = (6t - 200) \cdot 6 + t - 200 + (-t + 100) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{750}{19}$.

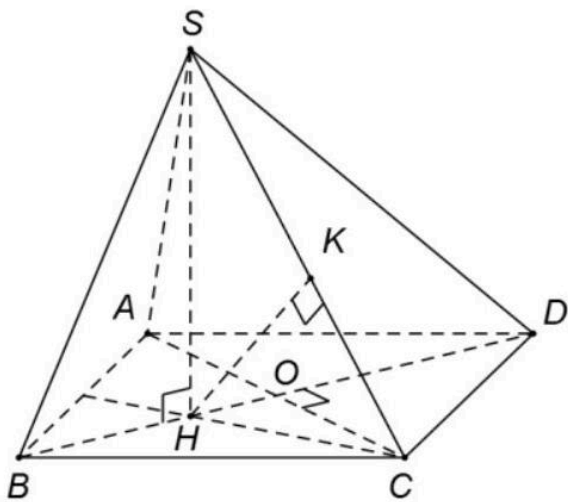
Suy ra $H\left(\frac{700}{19}; -\frac{3050}{19}; \frac{1150}{19}\right)$. Vậy $-3a - b - c = -\frac{200}{19} \approx -11$.

Câu 4. Đáp án: 10.

Ta có $SA = SB = SC$ nên hình chiếu vuông góc của S lên $mp(ABCD)$ là điểm H với H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, mà $\triangle ABC$ đều suy ra H là trọng tâm $\triangle ABC$.

Ta có $AB \parallel (SCD)$, suy ra $d(A, (SCD)) = d(B, (SCD))$.

Có $\frac{d(B, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{BD}{HD} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.



Vì $\triangle ABC$ đều và H là trọng tâm $\triangle ABC$, suy ra $CH \perp AB$ mà $AB \parallel CD$ nên $HC \perp CD$.

Kè $HK \perp SC$ ($K \in SC$). (1)

Ta có $CD \perp HC, CD \perp SH \Rightarrow CD \perp (SHC)$, mà $HK \subset (SHC)$ suy ra $HK \perp CD$, (2).

Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (SCD)$. Khi đó $d(H, (SCD)) = HK$.

Xét $\triangle SHC$ vuông tại H , có $HC = \frac{a\sqrt{3}}{3}, SC = \frac{a\sqrt{7}}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{\frac{7a^2}{9} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{2a}{3}$.

Ta có $HK = \frac{SH \cdot HC}{SC} = \frac{\frac{2a}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{7}}{3}} = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Suy ra $d(A, (SCD)) = d(B, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{21}}{21} = a\sqrt{\frac{3}{7}}$.

Khi đó, $m = 3, n = 7$. Vậy $m + n = 10$.

Câu 5. Đáp án: 602.

Gọi CB là biến cố "Trang web bị cảnh báo"; M là biến cố "Trang web chứa mã độc".

Ta có: $P(CB | M) = 0,99; P(CB | \bar{M}) = 0,001; P(M | CB) = 66\% = 0,66$.

Đặt $P(M) = p$. Ta có: $P(M | CB) = \frac{P(CB|M) \cdot P(M)}{P(CB|M) \cdot P(M) + P(CB|\bar{M}) \cdot P(\bar{M})}$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \frac{0,99 \cdot p}{0,99 \cdot p + 0,001(1-p)} = 0,66 \\ &\Leftrightarrow 3p = 2(0,899p + 0,001) \\ &\Leftrightarrow p = \frac{1}{601}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 601 \Rightarrow a + b = 602.$$

Câu 6. Đáp án: 112.

8 cặp vợ chồng tham gia buổi gặp mặt tương ứng với số người là: $8 \cdot 2 = 16$ (người).

Nếu mọi người đều bắt tay nhau đúng một lần với những người khác thì có số cái bắt tay là:
 $16 \cdot 15 : 2 = 120$.

Số cái bắt tay giữa hai vợ chồng là: 8 .

Vậy số cái bắt tay trong buổi gặp mặt trên là: $120 - 8 = 112$.