

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	C	A	A	A	A	B	B	A	B	D

### PHẦN II.

Câu	1	1	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

### PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	49,6	1458	11,6	0,68	5	2,15

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### PHẦN I.

Câu 1. Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ . Chọn **A**.

Câu 2. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là  $(-1; -1)$ . Chọn **C**.

Câu 3. ĐKXĐ:  $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} = +\infty$ .

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ . Chọn **C**.

**Câu 4.** Tập xác định của hàm số là  $R \setminus \{1\}$ . Ta có  $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in R \setminus \{1\}$ .

Do đó, hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Có  $1 \notin [2; 4]$  nên  $\max_{[2;4]} y = y(2) = \frac{2+2}{2-1} = 4$ . Chọn **A**.

**Câu 5.** Tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  là  $(-1; 2; -3)$ . Chọn **A**.

**Câu 6.** Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $A(-1; 2; 4)$  và nhận vectơ  $\vec{n} = (1; -2; 3)$  làm vectơ pháp tuyến có phương trình là  $1(x + 1) - 2(y - 2) + 3(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z - 7 = 0$ . Chọn **A**.

**Câu 7.** Thay tọa độ các điểm đã cho vào phương trình đường thẳng  $d$ , ta thấy điểm  $N(1; 5; 2)$  thỏa mãn. Chọn **A**.

**Câu 8.** Ta tính khoảng cách từ điểm  $I$  đến các điểm trong các đáp án:

$$IA = \sqrt{(-4 + 6)^2 + (0 + 1)^2 + (2 - 4)^2} = 3 > 2;$$

$$IB = \sqrt{(-5 + 6)^2 + (-2 + 1)^2 + (5 - 4)^2} = \sqrt{3} < 2;$$

$$IC = \sqrt{(-6 + 6)^2 + (2 + 1)^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{13} > 2;$$

$$ID = \sqrt{(0 + 6)^2 + (-1 + 1)^2 + (4 - 4)^2} = 6 > 2.$$

Vậy người sử dụng điện thoại đứng ở điểm  $B(-5; -2; 5)$  thì sử dụng được dịch vụ của trạm.

## Chọn B.

**Câu 9.** Gọi  $A$  là biến cố: "Học sinh làm đúng bài toán đầu tiên";

$B$  là biến cố: "Học sinh làm đúng bài toán thứ hai".

Ta có  $P(A) = 60\% = 0,6$ ;  $P(B) = 40\% = 0,4$ .

Biến cố  $AB$ : "Học sinh làm đúng cả hai bài toán". Ta có  $P(AB) = 20\% = 0,2$ .

Xác suất để học sinh làm đúng bài toán thứ hai biết rằng học sinh đã làm đúng bài toán đầu tiên là:

$$P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3} \approx 0,333. \text{ Chọn } \mathbf{B}.$$

**Câu 10.** Tổng số HS tham gia dự thi:  $25 + 35 + 37 + 15 + 8 = 120$ .

Điểm trung bình của các thí sinh dự thi là:  $\bar{x} = \frac{25 \cdot 10 + 35 \cdot 30 + 37 \cdot 50 + 15 \cdot 70 + 8 \cdot 90}{120} = 41$ .

Chọn **A**.

**Câu 11.** Chọn **B**

**Câu 12.** Ta có  $\int_{-2}^2 [3f(x) - 4g(x)] dx = 3 \cdot (-1) - 4 \cdot 3 = -15$ . Chọn **D**.

## PHẦN II.

**Câu 1.**

a) Đúng. Ta có:  $f(0) = 0$ ;  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + \frac{\pi}{2}$ .

b) Sai.  $f'(x) = 2 \cos x + 1$ .

c) Đúng.  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{R}$ .  
Suy ra trên đoạn  $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ , phương trình  $f'(x) = 0$  có một nghiệm  $x = \frac{2\pi}{3}$ .

d) Sai. Ta có  $f(\frac{\pi}{2}) = 2 + \frac{\pi}{2}$ ;  $f(\frac{2\pi}{3}) = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$ ;  $f(\pi) = \pi \Rightarrow \min_{[\frac{\pi}{2}; \pi]} f(x) = \pi$ .

### Câu 2.

a) Đúng. Ta có phương trình đường thẳng  $OA$  là  $v = 2t$ , đường thẳng  $AB$  là  $v = 2$ .

Do đó ta có công thức hàm vận tốc là:  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$ .

b) Đúng. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ  $a$  giây đến  $b$  giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_a^b v(t)dt$ .

Do đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 1 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t)dt$ .

c) Sai. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_1^2 v(t)dt$ .

d) Đúng. Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là:

$$s(t) = \int_0^2 v(t)dt = \int_0^1 2t dt + \int_1^2 2 dt = t^2 \Big|_0^1 + 2t \Big|_1^2 = 1 + 2 = 3 \text{ m}$$

### Câu 3.

a) Đúng. Từ biểu đồ, ta có bảng thống kê sau:

Mức tiền (tỷ đồng)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)
Mức tiền đại diện (tỷ đồng)	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
Số khách hàng ngân hàng A	6	7	9	10	5	1
Số khách hàng ngân hàng B	8	6	8	9	5	2

b) Sai. Số trung bình của mẫu số liệu ngân hàng A là:

$$\bar{x}_A = \frac{6 \cdot 1,5 + 7 \cdot 2,5 + 9 \cdot 3,5 + 10 \cdot 4,5 + 5 \cdot 5,5 + 1 \cdot 6,5}{38} = \frac{137}{38}$$

Phương sai của mẫu số liệu ngân hàng A là:

$$s_A^2 = \frac{6 \cdot 1,5^2 + 7 \cdot 2,5^2 + 9 \cdot 3,5^2 + 10 \cdot 4,5^2 + 5 \cdot 5,5^2 + 1 \cdot 6,5^2}{38} - \left(\frac{137}{38}\right)^2 = \frac{661}{361}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ngân hàng A là:  $s_A = \sqrt{s_A^2} = \frac{\sqrt{661}}{19}$ .

c) Sai. Số trung bình của mẫu số liệu ngân hàng B là:

$$\bar{X}_B = \frac{8 \cdot 1,5 + 6 \cdot 2,5 + 8 \cdot 3,5 + 9 \cdot 4,5 + 5 \cdot 5,5 + 2 \cdot 6,5}{38} = \frac{68}{19}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ngân hàng B là:

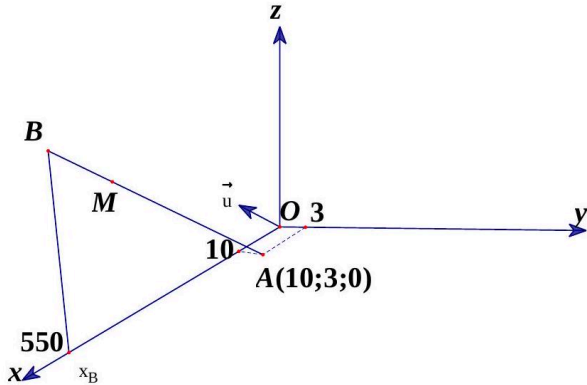
$$s_B^2 = \frac{8 \cdot 1,5^2 + 6 \cdot 2,5^2 + 8 \cdot 3,5^2 + 9 \cdot 4,5^2 + 5 \cdot 5,5^2 + 2 \cdot 6,5^2}{38} - \left(\frac{68}{19}\right)^2 = \frac{3221}{1444}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ngân hàng B là:  $s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{\frac{3221}{1444}}.$

d) Sai. Vì  $s_A < s_B$  nên rủi ro của ngân hàng A thấp hơn rủi ro của ngân hàng B khi cho khách hàng vay nợ.

#### Câu 4.

Gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ .



a) Đúng. Phương trình tham số của đường cáp là: 
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

b) Đúng. Do tốc độ di chuyển của cabin là 4,5 m/s nên độ dài  $AM = 4,5t$  (m).

Vì vậy  $|\overrightarrow{AM}| = 4,5t$  với  $t \geq 0$ .

Ta có  $\overrightarrow{AM}$  và  $\vec{u}$  cùng hướng nên  $\overrightarrow{AM} = k\vec{u}$  với  $k > 0$ .

Suy ra  $|\overrightarrow{AM}| = k|\vec{u}| = k \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1} = 3k$

$$\Rightarrow 3k = 4,5t \Rightarrow k = \frac{3t}{2} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3t}{2}\vec{u} = \left(3t; -3t; \frac{3t}{2}\right).$$

Gọi tọa độ điểm M là  $M(x_M; y_M; z_M)$ .

$$\text{Vì } \overrightarrow{AM} = \left(3t; -3t; \frac{3t}{2}\right) \text{ nên } \begin{cases} x_M = 3t + x_A \\ y_M = -3t + y_A \\ z_M = \frac{3t}{2} + z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3t + 10 \\ y_M = -3t + 3 \\ z_M = \frac{3t}{2} \end{cases}.$$

Vậy điểm M có tọa độ là  $M\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$ .

c) Sai. Do  $x_B = 550$  nên  $3t + 10 = 550 \Rightarrow t = 180$  (s).

Do đó điểm B(550; -537; 270).

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm B và vuông góc với đường cáp là:

$$2(x - 550) - 2(y + 537) + (z - 270) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z - 2444 = 0.$$

d) Sai. Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  và  $(Oxy)$  có một vectơ pháp tuyến  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ . Do đó ta có  $\sin(\angle AB, (Oxy)) = |\cos(\vec{u}, \vec{k})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{k}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{1}{3 \cdot 1} = \frac{1}{3}$ .

Vậy  $(\angle AB, (Oxy)) \approx 19^\circ$ .

### PHẦN III.

**Câu 1.** Đáp án: 49,6 .

Năm 2024, tháng một có 31 ngày, tháng hai có 29 ngày, tháng ba có 31 ngày, tháng tư có 30 ngày, tháng năm có 31 ngày, tháng sáu có 30 ngày, tháng bảy có 31 ngày, tháng tám có 31 ngày, tháng chín có 30 ngày, tháng mười có 31 ngày, tháng mười một có 30 ngày.

Ta có  $f(t) = -\frac{1}{300}t^3 + bt^2 + ct + 12000$ ;  $f'(t) = -\frac{1}{100}t^2 + 2bt + c$ .

Ngày 26/09/2024 ứng với  $t = 270$  là ngày có số lượng cá thể sinh vật X nhiều nhất với 55740 con nên hàm số đạt cực đại tại  $t = 270$ .

$$f'(270) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{100} \cdot 270^2 + 540b + c = 0 \Leftrightarrow 540b + c = 729$$

$$f(270) = 55740 \Leftrightarrow -\frac{1}{300} \cdot 270^3 + 270^2b + 270c + 12000 = 55740$$

$$\Leftrightarrow 72900b + 270c = 109350(2)$$

Từ (1), (2) suy ra  $b = \frac{6}{5}$ ,  $c = 81$ , vậy hàm số đã cho là  $f(t) = -\frac{1}{300}t^3 + \frac{6}{5}t^2 + 81t + 12000$ .

Thử lại  $f'(t) = -\frac{1}{100}t^2 + \frac{12}{5}t + 81$ ;  $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 270 \\ t = -30(l) \end{cases}$ .

Bảng biến thiên:

$t$	0	270	365	
$f'(t)$		+	0	-
$f(t)$				

Hàm số đạt cực đại tại  $t = 270$ .

Ngày 25/11/2014 ứng với  $t = 330$ , khi đó số lượng cá thể sinh vật X được ước lượng khoảng bằng:

$$f(330) = -\frac{1}{300} \cdot 330^3 + \frac{6}{5} \cdot 330^2 + 81 \cdot 330 + 12000 = 49620(\text{ con}) \approx 49,6 \text{ (nghìn con)}.$$

**Câu 2.** Đáp án: 1458.

Sau  $k$  giây thì thể tích nước trong bể bằng  $\int_0^k h'(t)dt = \int_0^k (6at^2 + 2bt) dt$ . Do đó, ta có:

$$\int_0^3 (6at^2 + 2bt) dt = 90 \Leftrightarrow (2at^3 + bt^2)|_0^3 = 90 \Leftrightarrow 54a + 9b = 90 \quad (1)$$

$$\int_0^6 (6at^2 + 2bt) dt = 504 \Leftrightarrow (2at^3 + bt^2)|_0^6 = 504 \Leftrightarrow 432a + 36b = 504$$

Từ (1), (2) suy ra  $a = \frac{2}{3}$ ,  $b = 6$ . Khi đó,  $h'(t) = 4t^2 + 12t$ .

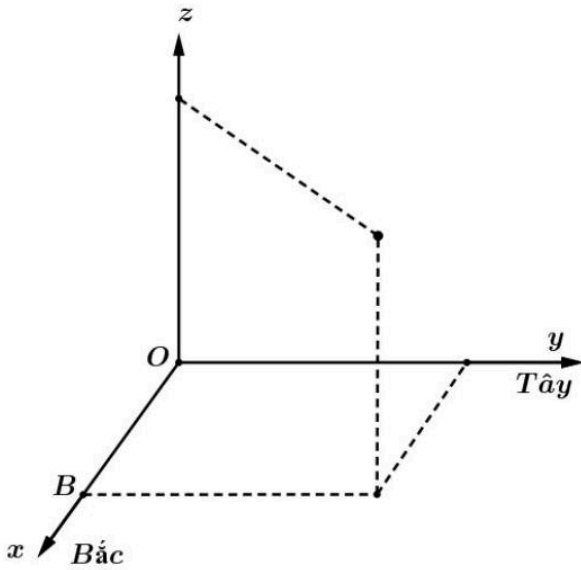
Sau khi bơm 9 giây thì thể tích nước trong bể là:

$$V = \int_0^9 (4t^2 + 12t) dt = \left( \frac{4}{3}t^3 + 6t^2 \right) \Big|_0^9 = 1458 \text{ (m}^3\text{)}$$

**Câu 3.** Đáp án: 11,6.

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng ( $Oxy$ )

trùng với mặt đất, trục  $Ox$  hướng về phía Bắc, trục  $Oy$  hướng về phía Tây, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).  
 Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ  $(-60; -40; 2)$ .  
 Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ  $(80; 50; 4)$ .



Do chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng nên chiếc máy bay thứ ba ở vị trí trung điểm, suy ra chiếc máy bay thứ ba có tọa độ  $(\frac{-60+80}{2}; \frac{-40+50}{2}; \frac{2+4}{2}) = (10; 5; 3)$ .  
 Khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó là:

$$\sqrt{10^2 + 5^2 + 3^2} \approx 11,6 \text{ (km)}$$

**Câu 4.** Đáp án: 0,68.

Gọi  $A$  là biến cố "Gặp học sinh mắc bệnh Thủy Đậu" và  $B$  là biến cố "Gặp học sinh đã tiêm vắc xin phòng bệnh Thủy Đậu".

Tỉ lệ học sinh tiêm vắc xin phòng bệnh Thủy Đậu trong trường  $M$  là 70% nên  $P(B) = 0,7$ .

Suy ra  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3$ .

Trong số những học sinh đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh Thủy Đậu là 4% còn trong số học sinh chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh là 20% nên  $P(A | B) = 0,04$  và  $P(A | \bar{B}) = 0,2$ .

Xác suất gặp học sinh bị bệnh Thủy Đậu là:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,7 \cdot 0,04 + 0,3 \cdot 0,2 = 0,088$$

Xác suất học sinh đó không tiêm vắc xin phòng bệnh Thủy Đậu biết học sinh đó bị bệnh Thủy Đậu là:  $P(\bar{B} | A) = \frac{P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})}{P(A)} = \frac{0,3 \cdot 0,2}{0,088} = \frac{15}{22} \approx 0,68$ .

**Câu 5.** Đáp án: 5.

Gọi  $x$  là số năm người đó gửi tiền trong ngân hàng.

Số tiền cả gốc và lãi người đó có được sau  $x$  năm được tính bởi công thức:  $S = 100 \cdot 1,06^x$ .

Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì

$100 \cdot 1,06^x > 130 \Leftrightarrow 1,06^x > 1,3 \Leftrightarrow x > \log_{1,06} 1,3$ . Suy ra  $x > 4,503$ .

Do kì hạn gửi là 12 tháng nên để rút được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất 5 năm.

**Câu 6.** Đáp án: 2,15.

Vì  $H_1 = (0; -2; 0) \Rightarrow OH_1 = 2 \Rightarrow MH_1 = \frac{3}{2}OH_1 = 3 \Rightarrow H_1H_2 = H_2H_3 = H_3H_1 = \frac{MH_1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$ .

Giả sử  $NH_1 = NH_2 = NH_3 = x$ .

Theo định lý côsin ta có:

$$(H_2H_3)^2 = x^2 + x^2 - 2x \cdot x \cdot \cos 107^\circ \Rightarrow 2(1 - \cos 107^\circ)x^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12 \Rightarrow x \approx 2,15$$

Vậy khoảng cách giữa nguyên tử nitrogen với mỗi nguyên tử hydrogen bằng 2,15 .