

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	D	A	D	B	C	B	C	D	C	A

PHẦN II.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	5	17,2	4,5	718	13,5	2048

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1. Ta có $\int (\sin x + \cos x) dx = \int \sin x dx + \int \cos x dx$. Chọn A.

Câu 2. Ta có $\vec{u} = \vec{k} + 2\vec{j} = (0; 0; 1) + 2(0; 1; 0) = (0; 2; 1)$. Chọn C.

Câu 3. Điều kiện: $x + 5 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -5$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$. Chọn D.

Câu 4. Ta có $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in R$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos x$ là 1, đạt được tại $x = k2\pi (k \in R)$. Chọn A.

Câu 5. Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 1$. Chọn D.

Câu 6. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P) : 3x - y + 5 = 0$ là $\vec{n} = (3; -1; 0)$. Chọn B.

Câu 7. Ta có $(\log_5 x)' = \frac{1}{x \ln 5}$ nên hàm số $y = \log_5 x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x \ln 5}$. Chọn C.

Câu 8. Mặt cầu đã cho có phương trình là: $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 16$. Chọn B.

Câu 9. Ta có $d(M, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot (-2) + 2 \cdot 0 + 4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3$. Chọn C.

Câu 10. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là: $R = 180 - 155 = 25(cm)$. Chọn D.

Câu 11. Ta có $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08$. Chọn C.

Câu 12. Quan sát hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$, do đó ta loại đáp án C.
Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0; -2)$ nên ta loại đáp án B và D. Chọn A.

PHẦN II.

Câu 1.

a) Đúng. Dựa vào đồ thị ta thấy, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

b) Đúng. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x_0 = -1$.

c) Đúng. Vì hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên đạo hàm của hàm số nhận giá trị không âm trên khoảng này.

d) Sai. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ bằng -1.

Câu 2.

a) Đúng. Ta có $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.

b) Sai. Có $\int S'(t) dt = \int 1,2698e^{0,014t} dt = 1,2698 \int (e^{0,014t})^t dt = \frac{1,2698e^{0,014t}}{0,014} + C = 90,7e^{0,014t} + C$.

Vì $S(0) = 90,7$ nên $C = 0$. Suy ra $S(t) = 90,7e^{0,014t}$.

c) Đúng. Tốc độ tăng dân số ở nước ta năm 2034 là:

$$S'(20) = 1,2698e^{0,01420} \approx 1,7 \text{ (triệu người/năm)}.$$

d) Đúng. Dân số nước ta năm 2034 là: $S(20) = 90,7e^{0,01420} \approx 120$ (triệu người).

Câu 3.

a) Đúng. Gọi $C(x; y; z)$. Ta có: $\overrightarrow{AD} = (0; 10; 0)$, $\overrightarrow{BC} = (x - 4; y; z)$.

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Suy ra $C(4; 10; 0)$.

b) Sai. Ta có $B(4; 0; 0)$, $D(0; 10; 0)$, $S(0; 0; 3,5)$ lần lượt thuộc các trục tọa độ Ox , Oy , Oz . Phương trình mặt phẳng (SBD) là: $\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1 \Leftrightarrow 35x + 14y + 40z - 140 = 0$.

c) Đúng. Ta có $\overrightarrow{SC} = (4; 10; -3,5)$.

d) Sai. Có $\vec{n} = (35; 14; 40)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBD) .

$$\text{Khi đó, } \sin(SC, (SBD)) = \frac{|\overrightarrow{SC} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|4 \cdot 35 + 10 \cdot 14 + (-3,5) \cdot 40|}{\sqrt{4^2 + 10^2 + (-3,5)^2} \cdot \sqrt{35^2 + 14^2 + 40^2}} = \frac{280\sqrt{53}}{9063}.$$

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) khoảng 13° .

Câu 4.

Xét các biến cố A : "Chọn được người bị bệnh tiểu đường";

B : "Chọn được người bị bệnh huyết áp cao".

a) Đúng. Vì có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường nên $P(A) = 40\% = 0,4$.

b) Đúng. Vì số người bị bệnh huyết áp cao trong những người bị bệnh tiểu đường là 70% nên $P(B | A) = 70\% = 0,7$.

c) Sai. Vì số người bị bệnh huyết áp cao trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25% nên $P(B | \bar{A}) = 25\% = 0,25$.

d) Sai. Ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,25 = 0,43$$

Vậy xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là 0,43.

PHẦN III.

Câu 1. Đáp án: 5

Gọi M là trung điểm của AB .

$$\text{Do } \begin{cases} AB \perp CC' \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (MCC') \Rightarrow (ABC') \perp (MCC').$$

Kẻ CK vuông góc với $C'M$ tại K thì ta được $CK \perp (ABC')$, do đó $CK = d(C, (ABC')) = a$.

Kẻ $CE \perp BC'$ tại E , ta được $\angle KEC = \alpha, EC = \frac{KC}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sqrt{1 - \frac{12}{11}}} = a\sqrt{\frac{12}{11}}$.

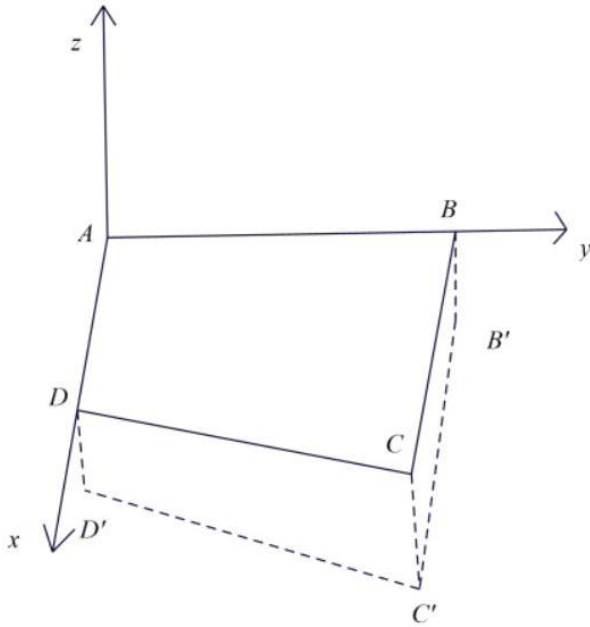
Giải (1), (2) ta được $x = 2a, y = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ là: $V = y \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 2. Đáp án: 17,2

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo centimét) sao cho: $O \equiv A$, tia $Ox \equiv AD$; tia $Oy \equiv AB$.

Khi đó, $A(0; 0; 0)$; $B(0; 2500; 0)$; $C(1800; 2500; 0)$; $D(1500; 0; 0)$. Khi hạ độ cao các điểm ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm, a cm, 6 cm tương ứng ta có các điểm mới: $B'(0; 2500; -10)$; $C'(1800; 2500; -a)$; $D'(1500; 0; -6)$.



Theo bài ra có bốn điểm $A; B'; C'; D'$ đồng phẳng.

Phương trình mặt phẳng $(AB'D')$: $x + y + 250z = 0$.

Do $C'(1800; 2500; -a) \in (AB'D')$ nên có: $1800 + 2500 - 250a = 0 \Leftrightarrow a = 17,2$.

Vậy $a = 17,2$ cm.

Câu 3. Đáp án: 4,5

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đã cho là:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 162 + 8 \cdot 166 + 18 \cdot 170 + 12 \cdot 174 + 9 \cdot 178}{50} = 171,28(\text{ cm}).$$

Phương sai của mẫu số liệu đã cho là:

$$s^2 = \frac{1}{50} [3 \cdot (171,28 - 162)^2 + 8 \cdot (171,28 - 166)^2 + 18 \cdot (171,28 - 170)^2 + 12 \cdot (171,28 - 174)^2 + 9 \cdot (171,28 - 178)^2] = 20,1216$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{20,1216} \approx 4,5(\text{ cm}).$

Câu 4. Đáp án: 718

Đặt $BX = x(\text{ km})$, ta có: $AX = 0,8 - x(\text{ km})$; $XC = \sqrt{(0,4)^2 + x^2} = \sqrt{0,16 + x^2}(\text{ km}).$

Xét hàm số: $T(x) = \frac{0,8-x}{30} + \frac{\sqrt{0,16+x^2}}{6} = \frac{1}{30} (0,8 - x + 5\sqrt{0,16 + x^2}) (0 \leq x < 0,8).$

Ta có: $T'(x) = \frac{1}{30} \left(-1 + \frac{5x}{\sqrt{0,16+x^2}} \right), T'(x) = 0 \Rightarrow 5x = \sqrt{0,16 + x^2}.$

Bình phương hai vế phương trình ta được $0,16 + x^2 = 25x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{30}.$

Vì $0 \leq x < 0,8$ nên $x = \frac{\sqrt{6}}{30}.$

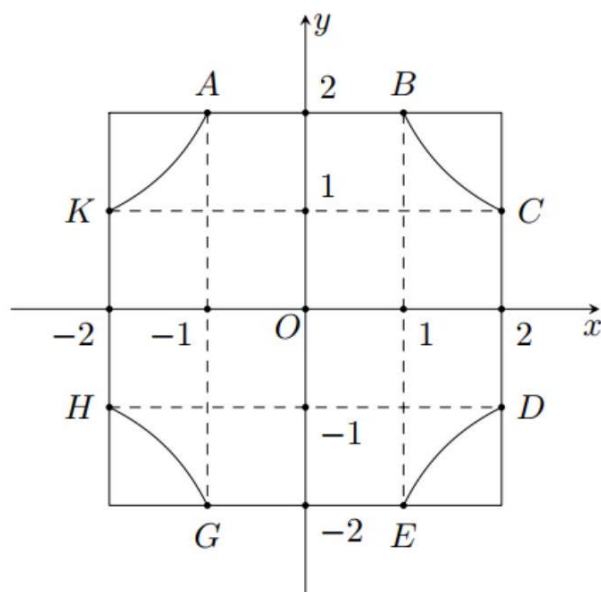
Bảng biến thiên của hàm số $T(x)$ là:

x	0	$\frac{\sqrt{6}}{30}$	$0,8$
$T'(x)$		$-$	0
$T(x)$	$\frac{7}{75}$		$+$
		$T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$	

Vậy $T(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$ khi $AX = 0,8 - \frac{\sqrt{6}}{30} \approx 0,718(\text{ km}) = 718(\text{ m})$.

Câu 5. Đáp án: 13,5

Gắn trục tọa độ Oxy vào viên gạch sao cho hai trục trùng với hai đường đối xứng, gốc O ở tâm hình vuông như hình dưới.



Giả sử tọa độ một điểm trên đường viền cong là $(x; y)$. Theo giả thiết, ta có: $|xy| = 2$. Suy ra $y = \frac{2}{x}$ hoặc $y = -\frac{2}{x}$. Ứng với hình trên, ta có các đường viền cong AK, DE là một phần của đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{x}$; các đường viền cong BC, GH là một phần của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x}$.

Khi đó, diện tích phần màu xanh bằng:

$$\int_{-2}^{-1} \left| -\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right| dx + \int_1^2 \left| \frac{2}{x} - \frac{-2}{x} \right| dx + S_{ABEG} = \int_{-2}^{-1} \left(-\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right) dx + \int_1^2 \left(\frac{2}{x} - \frac{-2}{x} \right) dx + 4$$

$$= -4 \ln |x| \Big|_{-2}^{-1} + 4 \ln |x| \Big|_1^2 + 8 \approx 13,5 (\text{dm}^2).$$

Câu 6. Đáp án: 2048

Áp dụng công thức tăng trưởng dân số thì dân số của tỉnh A sau n năm (tính từ năm 2021) được tính theo công thức: $S_n = S_0 \cdot e^{rm} = 1191782 \cdot e^{0,0175n}$.

Để dân số tỉnh A sau n năm vượt 1.880.000 người thì điều kiện là:

$$S_n > 1880000 \Leftrightarrow 1191782 \cdot e^{0,0175n} > 1880000 \Leftrightarrow e^{0,0175n} > \frac{1880000}{1191782}$$

$$\Leftrightarrow 0,0175n > \ln \left(\frac{1880000}{1191782} \right) \Leftrightarrow n > \frac{\ln \left(\frac{1880000}{1191782} \right)}{0,0175} \approx 26,047.$$

Mà $n \in \mathbb{N}$ nên $n \geq 27$.

Vậy năm 2048 là năm đầu tiên dân số tỉnh Vĩnh Phúc vượt 1.880.000 người.