

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	B	B	B	C	A	D	C	B	A	D

### PHẦN II.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai	a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

### PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	82,9	3,7	0,28	27	21,8	0,9

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### PHẦN I.

**Câu 1.** Do đồ thị hàm số đã cho đối xứng nhau qua trục  $Oy$  nên là hàm số chẵn. Vậy hàm số đã cho là hàm số  $y = \cos x$ . Chọn **B**.

**Câu 2.** Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$  nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng  $y = 1$ . Lại có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$  nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng  $x = 1$ . Chọn **B**.

**Câu 3.** Ta có:  $\int_0^1 (e^x - 4x^3) dx = (e^x - x^4)|_0^1 = (e^1 - 1) - (e^0 - 0) = e - 2$ . Chọn **B**.

**Câu 4.** Theo quy tắc hình hộp, ta có:  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ . Chọn B.

**Câu 5.** Một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$  là  $\vec{u} = (2; 3; 4)$ . Chọn B.

**Câu 6.** Mặt cầu tâm  $I(7; 6; -5)$ , bán kính  $R = 9$  có phương trình:  $(x - 7)^2 + (y - 6)^2 + (z + 5)^2 = 81$ . Chọn C.

**Câu 7.** Theo định nghĩa hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng  $M$ . Chọn A.

**Câu 8.** Ta có:  $\vec{u} = 2\vec{k} - 3\vec{j} + 4\vec{i} = 4\vec{i} + (-3)\vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (4; -3; 2)$ . Chọn D.

**Câu 9.** Ta có  $\log_{0,5} x > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < (0,5)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 0,125 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 0,125$ . Chọn C.

**Câu 10.** Ta có  $\overrightarrow{AB} = (4; 1; -1)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

Phương trình tham số của đường thẳng  $AB$  là:  $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$  ( $t$  là tham số). Chọn B.

**Câu 11.** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là:  $\sqrt{6,25} = 2,5$  (cm). Chọn A.

**Câu 12.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $M(-1; 1)$  có dạng:

$$y = f'(-1)(x + 1) + f(-1).$$

Theo giả thiết, ta có:  $f(-1) = 1$  và  $f'(-1) = -4$ .

Suy ra phương trình tiếp tuyến cần tìm là:  $y = -4(x + 1) + 1 \Leftrightarrow y = -4x - 3$ . Chọn D.

## PHẦN II.

**Câu 1.** Xét hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ . Tập xác định của hàm số là  $R \setminus \{1\}$ .

a) Đúng. Ta có  $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$ .

b) Đúng.  $y' < 0$  với mọi  $x \neq 1$ .

c) Sai. Tiệm cận:

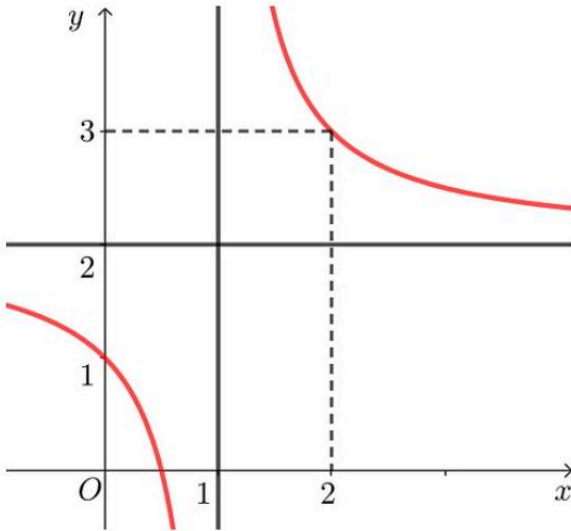
+)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$ , do đó đường thẳng  $x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$ , do đó đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Bảng biến thiên của hàm số là:

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	2	$+\infty$	2

d) Đúng. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $(0; 1)$ , cắt trục hoành tại điểm  $(\frac{1}{2}; 0)$  và đi qua điểm  $(2; 3)$ . Đồ thị của hàm số đã cho như hình dưới đây.



**Câu 2.**

a) Sai. Ta có  $\vec{AB} = (2; -2; 0)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ .

b) Đúng. Ta có  $\vec{MN} = (2; 0; 3)$ ,  $\vec{MP} = (4; 0; 1)$ .

c) Đúng. Có  $[\vec{MN}, \vec{MP}] = (0; 10; 0)$ . Chọn  $\vec{n} = -\frac{1}{10}[\vec{MN}, \vec{MP}] = (0; -1; 0)$ .

Vì mặt phẳng  $(Q)$  đi qua ba điểm  $M, N, P$  nên mặt phẳng  $(Q)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (0; -1; 0)$ .

d) Đúng. Ta có  $\sin(d, (Q)) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{AB}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{AB}|} = \frac{|0 \cdot 2 + (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot 0|}{\sqrt{0^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 0^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Suy ra góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(Q)$  bằng  $45^\circ$ .

**Câu 3.**

a) Đúng. Ta có  $f(x) = (\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2})^2 = 1 + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 1 + \sin x$ .

b) Đúng. Hàm số  $f(x)$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$  nên  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

c) Sai

d) Sai.

Ta có:  $\int f(x) dx = \int (1 + \sin x) dx = \int dx + \int \sin x dx = x - \cos x + C$ .

**Câu 4.**

a) Sai. Nếu lần thứ nhất lấy ra chai nước loại I thì kết còn 23 chai nước, trong đó có 15 chai nước loại I, 8 chai nước loại II. Suy ra  $P(B | A) = \frac{15}{23}$ .

b) Sai. Nếu lần thứ nhất lấy ra chai nước loại II thì kết còn 23 chai nước, trong đó có 16 chai nước loại I, 7 chai nước loại II. Suy ra  $P(B | \bar{A}) = \frac{16}{23}$ .

c) Đúng. Ta có  $P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - \frac{15}{23} = \frac{8}{23}$ .

d) Đúng. Tương tự  $P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - P(B | \bar{A}) = 1 - \frac{16}{23} = \frac{7}{23}$ .

### PHẦN III.

**Câu 1.** Đáp án: 82,9 .

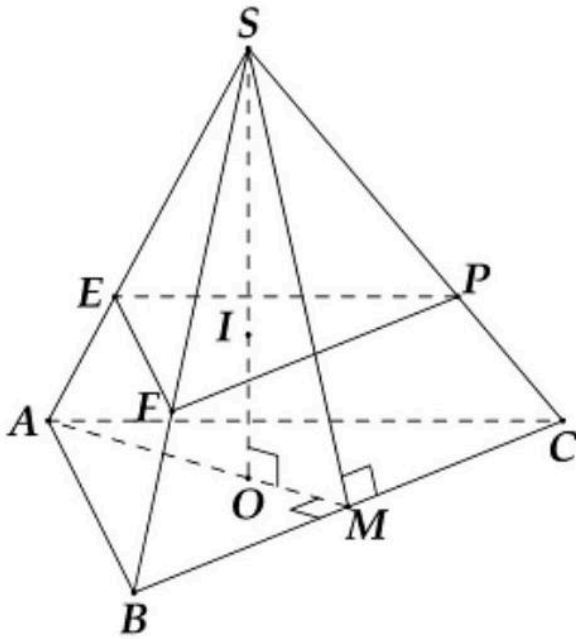
Gọi  $O, I$  lần lượt là tâm của các tam giác  $ABC, EFP$ .

Ta có  $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{10\sqrt{6}}{3}$  và  $OI = \frac{SO}{3} = \frac{10\sqrt{6}}{9}$ .

$S_{ABC} = \frac{100\sqrt{3}}{4}$  và  $S_{EFP} = \frac{4}{9}S_{ABC} = \frac{100\sqrt{3}}{9}$ .

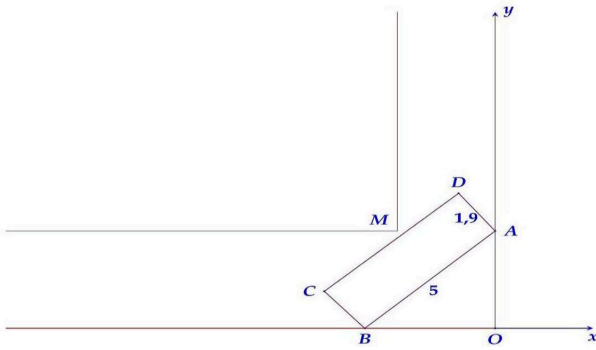
Thể tích của khối chóp cụt đều  $ABC.EFP$  là

$$V_{ABC.EFP} = \frac{1}{3}OI \left( S_{ABC} + S_{EFP} + \sqrt{S_{ABC} \cdot S_{EFP}} \right)$$



$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{10\sqrt{6}}{9} \left( \frac{100\sqrt{3}}{4} + \frac{100\sqrt{3}}{9} + \sqrt{\frac{100\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{100\sqrt{3}}{9}} \right) = \frac{19000\sqrt{2}}{324} \approx 82,9 \text{ cm}^3.$$

**Câu 2.** Đáp án: 3,7.



Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ trên. Khi đó  $M(-2, 6; x)$ .

Gọi  $B(-a; 0)$  suy ra  $A(0; \sqrt{25 - a^2})$ .

Phương trình  $AB: \frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25 - a^2}} - 1 = 0$ .

Do  $CD \parallel AB$  nên phương trình  $CD: \frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25 - a^2}} - T = 0$ .

Mà khoảng cách giữa  $AB$  và  $CD$  bằng 1,9 nên

$$\frac{|T - 1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{25 - a^2}}\right)^2}} = 1,9 \Rightarrow T = 1 + \frac{9,5}{a\sqrt{25 - a^2}}$$

Điều kiện để ô tô đi qua được là  $M, O$  nằm khác phía đối với bờ là đường thẳng  $CD$ .

Suy ra  $\frac{-2,6}{-a} + \frac{x}{\sqrt{25 - a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25 - a^2}} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \sqrt{25 - a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6 \cdot \sqrt{25 - a^2}}{a}$ .

Xét hàm số  $f(a) = \sqrt{25 - a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6 \cdot \sqrt{25 - a^2}}{a}$  ( $0 < a < 5$ ).

Xét hàm số  $f(a) = \sqrt{25 - a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6 \cdot \sqrt{25 - a^2}}{a}$ , ( $0 < a < 5$ ).

Ta có  $f'(a) = \frac{-a^3 - 9,5\sqrt{25 - a^2} + 65}{a^2\sqrt{25 - a^2}}$ .

Đặt  $g(a) = -a^3 - 9,5\sqrt{25 - a^2} + 65$ . Ta có  $g(a) = 0$  khi  $a = 3$ .

Bảng biến thiên:

$a$	0	3	5
$f'(a)$	+	0	-
$f(a)$	$f(3)$ 		

Khảo sát hàm số trên ta được giá trị lớn nhất của  $f(a)$  bằng  $f(3) \approx 3,7$ .

Vậy chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên xấp xỉ 3,7 m thì ô tô có thể đi vào GARA.

**Câu 3.** Đáp án: 0,28.

Ta có bảng sau:

<b>Cự li (m)</b>	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu là  $n = 13 + 45 + 24 + 12 + 6 = 100$ . Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{13 \cdot 19,25 + 45 \cdot 19,75 + 24 \cdot 20,25 + 12 \cdot 20,75 + 6 \cdot 21,25}{100} = 20,015.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{1}{100} [13 \cdot (19,25)^2 + 45 \cdot (19,75)^2 + 24 \cdot (20,25)^2 + 12 \cdot (20,75)^2 + 6 \cdot (21,25)^2] - (20,015)^2 \approx 0,28$$

**Câu 4.** Đáp án: 27.

Ta có  $V'(t) = v(t) \Rightarrow V(t) = \int v(t)dt$ .

Thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 13 giờ đến 16 giờ là

$$V_1 = \int_0^3 v(t)dt = \int_0^3 (16 + 3t)dt = \left(16t + \frac{3t^2}{2}\right) \Big|_0^3 = 61,5 \text{ (lít)}.$$

Thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 16 giờ đến 19 giờ là

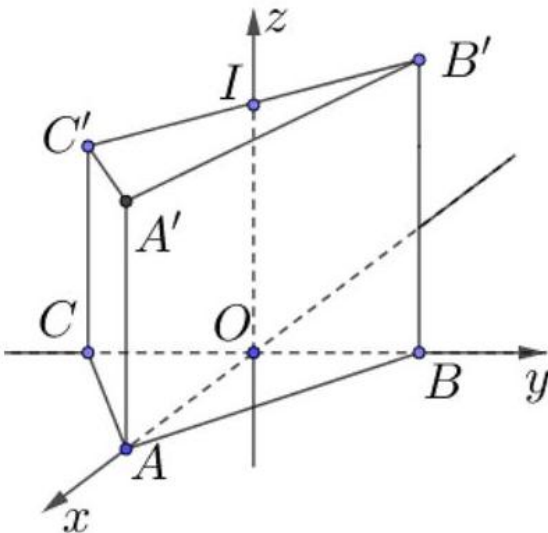
$$V_2 = \int_3^6 v(t)dt = \int_3^6 (16 + 3t)dt = \left(16t + \frac{3t^2}{2}\right) \Big|_3^6 = 88,5 \text{ (lít)}.$$

Do đó  $V_2 - V_1 = 88,5 - 61,5 = 27$  (lít).

**Câu 5.** Đáp án: 21,8.

Gọi 3 vị trí trên mặt nước là  $A, B, C$  thì tam giác  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng 2 m. Gọi dây dọi lần lượt là  $AA', BB', CC'$  có độ dài lần lượt là 4 m; 4,4 m; 4,8 m.

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , sao cho  $O$  là trung điểm của  $BC$ , tia  $Ox$  chứa điểm  $A$ , tia  $Oy$  chứa điểm  $B$ , tia  $Oz$  đi qua trung điểm của



$B'C'$  và đơn vị trên các trục là mét.

Ta có  $OB = OC = 1, OA = \sqrt{3} \Rightarrow A'(\sqrt{3}; 0; 4), B'(0; 1; 4,4), C'(0; -1; 4,8)$ .

$\Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (-\sqrt{3}; 1; 0,4), \overrightarrow{A'C'} = (-\sqrt{3}; -1; 0,8)$ .

Mặt phẳng  $(A'B'C')$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = [\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}] = 0,4\sqrt{3}(\sqrt{3}; 1; 5)$ .

Mặt phẳng  $(ABC)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

Do đó  $\cos((ABC), (A'B'C')) = |\cos(\vec{n}, \vec{k})| = \frac{5}{\sqrt{29}}$ . Góc cần tìm gần bằng  $21,8^\circ$ .

**Câu 6.** Đáp án: 0,9 .

Xét các biến cố  $A$  : "Người đó đọc quảng cáo";

$B$  : "Người đó mua tủ lạnh X ".

Theo bài ra, ta có:  $P(A) = 80\% = 0,8$ ;  $P(B | A) = 30\% = 0,3$ ;  $P(B | \bar{A}) = 10\% = 0,1$ .

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,8 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,1 = 0,26.$$

Theo công thức Bayes, ta tính được xác suất để một người tiêu dùng đã mua loại tủ lạnh X mà có đọc quảng cáo là:  $P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,8 \cdot 0,3}{0,26} = \frac{12}{13} \approx 0,9$ .