

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	A	A	D	D	A	A	A	C	C	A

PHẦN II.

Câu	1	1	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	49	7	50	9,3	39	7700

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1. Công thức tổng quát của cấp số nhân đã cho là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{3^{n-2}}$. Chọn **A**.

Câu 2. Ta có $\log_3(2-x) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \\ 2-x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x < 2$.

Mà $x \in \square$, do đó $x \in \{-1; 0; 1\}$. Chọn **C**.

Câu 3. Do \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ cùng hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ$. Suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$.

Vậy $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Chọn A.

Câu 4. Trong khoảng $(-1; 0)$, đồ thị hàm số $f(x)$ "đi xuống" nên hàm số nghịch biến. Chọn A.

Câu 5. Chọn D.

Câu 6. Do đồ thị trên hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a > 0 \Rightarrow$ loại đáp án A, B.

Do đồ thị đi qua điểm $(1; -1)$ nên loại C, chọn D. Chọn D.

Câu 7. Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (3 + 5; -4 + 7; 5 + (-1)) = (8; 3; 4)$. Chọn A.

Câu 8. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là $R = 90 - 0 = 90$. Chọn A.

Câu 9. Ta có $\int f(x)dx = \int (x^3 + x) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$. Chọn A.

Câu 10. Thay tọa độ các điểm đã cho vào phương trình đường thẳng $d : \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$, ta thấy $P \in d$. Chọn C.

Câu 11. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$ là:
$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \\ z = z_0 + tu_3 \end{cases}$$
. Do đó, phương trình của d là:
$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$
. Chọn C.

Câu 12. Trung điểm của AB là $I(-1; 1; 2)$, $IA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm I , bán kính IA .

Phương trình mặt cầu đường kính $AB : (x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 6$. Chọn A.

PHẦN II.

Câu 1.

a) Đúng. Vì $f(0) = 1; f(-\frac{\pi}{2}) = -\pi - 3$.

b) Sai. Vì $f'(x) = 4 \cos x + 2$.

c) Đúng. Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4 \cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3}$ (do $x \in [0; \pi]$).

d) Sai. Xét hàm số $f(x)$ trên $[0; \pi]$.

Ta có $f(0) = 1; f(\frac{2\pi}{3}) = 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3} + 1; f(\pi) = 2\pi + 1$.

Trong 3 số trên $f(\frac{2\pi}{3}) = 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3} + 1$ là lớn nhất.

Câu 2.

a) Đúng. Do trên $[0; 4]$, điểm cao nhất của đồ thị trong hình là $I(2; 9)$ nên vận tốc lớn nhất của chuyển động trong 4 giờ là 9 km/h.

b) Đúng. Do hàm vận tốc trong 3 giờ đầu là hàm số bậc hai đi qua gốc tọa độ nên hàm số $v(t)$ có dạng $v(t) = at^2 + bt$.

Lại có $I(2; 9)$ là đỉnh của parabol nên: $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ v(2) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{9}{4} \\ b = 9 \end{cases}$.

Vậy $v(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t (0 \leq t \leq 3)$.

c) Sai. Theo b) $v(3) = \frac{27}{4}$ nên $v(t) = \frac{27}{4} (3 \leq t \leq 4)$.

d) Đúng. Trong 3 giờ đầu: $s(t) = \int v(t)dt = \int (-\frac{9}{4}t^2 + 9t) dt = -\frac{9}{12}t^3 + \frac{9}{2}t^2 + C$.

Do $s(0) = 0 \Rightarrow C = 0$. Vậy $s(t) = -\frac{9}{12}t^3 + \frac{9}{2}t^2 (0 \leq t \leq 3)$.

Trong 3 giờ đầu vật di chuyển được quãng đường là: $s(3) = \frac{81}{4}$ (km).

Trong 1 giờ tiếp theo vật di chuyển được quãng đường là: $\frac{27}{4} \cdot 1 = \frac{27}{4}$ (km).

Như vậy, trong 4 giờ vật di chuyển được quãng đường là: $\frac{81}{4} + \frac{27}{4} = 27$ (km).

Câu 3.

Gọi A là biến cố "bệnh án rút ra của bệnh nhân bị biến chứng".

Gọi B là biến cố "bệnh án rút ra của bệnh nhân bị bỏng nhiệt".

Khi đó \bar{B} là biến cố "bệnh án rút ra của bệnh nhân bị bỏng hóa chất".

Theo đề:

Xác suất do bị bỏng nhiệt là: $P(B) = 0,7$.

Xác suất bị biến chứng trong bỏng nhiệt là 30% $\Rightarrow P(A | B) = 0,3$.

a) Xác suất do bị bỏng hóa chất là $P(\bar{B}) = 0,3$ nên a) đúng.

b) đúng Xác suất bị biến chứng trong bỏng hóa chất là 50% $\Rightarrow P(A | \bar{B}) = 0,5$ nên b) đúng.

c) Sai. Xác suất biến cố "bệnh án rút ra của bệnh nhân bị biến chứng":

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,3 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 0,3 = 0,36 = 36\%.$$

d) Đúng. Xác suất bệnh án rút ra là của bệnh nhân bị biến chứng do bỏng nhiệt:

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7 \cdot 0,3}{0,36} = \frac{7}{12}.$$

Câu 4.

a) Đúng. Mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

b) Sai. Ta có $\vec{AB} = (-4; 4; 0)$.

c) Sai. Có $\vec{AB} = (-4; 4; 0) = 4(-1; 1; 0)$. Suy ra $\vec{u} = (-1; 1; 0)$ là một vectơ chỉ phương của Δ .

Khi đó, đường thẳng Δ có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = -3 - t \\ y = 4 + t \\ z = 2 \end{cases}.$$

d) Đúng. Ta có $\sin(\Delta, (P)) = \frac{|-1 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 2|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\Delta, (P)) = 45^\circ$.

PHẦN III.

Câu 1. Đáp án: 49.

Không gian mẫu có số phần tử là $C_{12}^5 = 792$.

Xét biến cố A : "Trong 5 viên bi được chọn có ít nhất 2 viên bi màu vàng".

Ta có số cách chọn 5 viên bi màu xanh, 0 viên bi màu vàng là C_7^5 ; số cách chọn 5 viên bi gồm 4 viên bi màu xanh và 1 viên bi màu vàng là $C_7^4 \cdot C_5^1$.

Suy ra số cách chọn 5 viên bi, trong đó có ít nhất 2 viên bi màu vàng là: $C_{12}^5 - C_7^5 - C_7^4 \cdot C_5^1 = 596$.
 Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{596}{792} = \frac{149}{198}$. Vậy $b - a = 198 - 149 = 49$.

Câu 2. Đáp án: 7

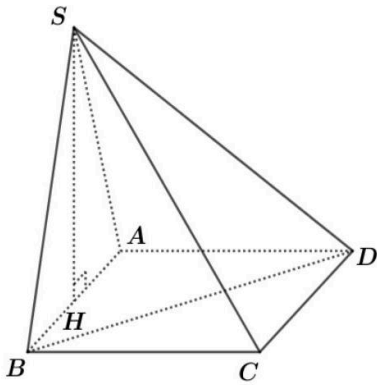
Giả sử $AB = a$.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có $\vec{SA} \cdot \vec{BD} = (\vec{SH} + \vec{HA})(\vec{BA} + \vec{BC}) = \vec{HA} \cdot \vec{BA} = \frac{1}{2}a^2$

$\Leftrightarrow a^2\sqrt{2} \cdot \cos(\vec{SA}, \vec{BD}) = \frac{1}{2}a^2 \Leftrightarrow \cos(\vec{SA}, \vec{BD}) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \sin(SA, BD) = \sqrt{\frac{7}{8}}$.



Ta có $V_{SABD} = \frac{1}{3}SH \cdot (\frac{1}{2}AB \cdot AD) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

Lại có $V_{SABD} = \frac{1}{6}SA \cdot BD \cdot d(SA, BD) \cdot \sin(SA, BD) = \frac{1}{6}a \cdot a\sqrt{2} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{7a^2\sqrt{3}}{12}$.

Do đó, $\frac{7a^2\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3 \Leftrightarrow a = 7$.

Câu 3. Đáp án: 50.

Gọi x (km) là độ dài quãng đường CD . Khi đó $8 - x$ (km) là độ dài quãng đường BD .

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường $AD = \sqrt{x^2 + 9}$ là: $\frac{\sqrt{x^2+9}}{6}$ (giờ).

Thời gian chạy trên quãng đường DB là: $\frac{8-x}{8}$ (giờ).

Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{6} + \frac{8-x}{8}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{6} + \frac{8-x}{8}$ trên đoạn $[0; 8]$.

Ta có $f'(x) = \frac{x}{6\sqrt{x^2+9}} - \frac{1}{8}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+9} = 4x \Rightarrow x = \frac{9}{\sqrt{7}} \in (0; 8)$.

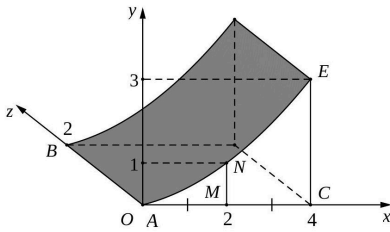
Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{9}{\sqrt{7}}$	8
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$	$\frac{\sqrt{73}}{6}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy thời gian ngắn nhất để di chuyển từ A đến B là $1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$.

Suy ra $a = 1, b = 7, a^2 + b^2 = 50$.

Câu 4. Đáp án: 9,3.



Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho: Gốc tọa độ O trùng với điểm A , tia Ox trùng với tia AC , tia Oy cùng hướng với vectơ \overrightarrow{CE} , tia Oz trùng với tia AB .

Gọi N là điểm trên cạnh cong AE và cách mặt đất 1 m.

Xét mặt phẳng Oxy : Với cách chọn hệ tọa độ như trên, ta có $A(0; 0)$, $N(2; 1)$ và $E(4; 3)$.

Gọi phương trình của cạnh cong AE (là parabol) có dạng $y = ax^2 + bx + c$.

Vì parabol đi qua ba điểm A, N và E nên ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} c = 0 \\ 4a + 2b + c = 1 \\ 16a + 4b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = \frac{1}{4} \\ c = 0 \end{cases}$$

Suy ra phương trình của parabol là $y = \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x$.

Vì khi cắt tường cong bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 4$) thì ta được thiết diện là hình chữ nhật có diện tích bằng $S(x) = 2 \left(\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x \right) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$ nên thể tích của tường cong là $V = \int_0^4 \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x \right) dx = \frac{28}{3} \approx 9,3 \text{ (m}^3\text{)}$.

Câu 5. Đáp án: 39.

Gọi cạnh đáy và chiều cao của cabin lần lượt là x, h (m) ($0 < x < 2, h > 0$).

Theo bài ra ta có:
$$\begin{cases} V = x^2 \cdot h = 5,4 & (1) \\ S_{tp} = 2x^2 + 4xh = 18,9 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) suy ra $h = \frac{5,4}{x^2}$, thế vào (2) ta được $2x^2 + 4x \cdot \frac{5,4}{x^2} = 18,9 \Rightarrow x = 1,5$ (do $x \in (0; 2)$).

Khi đó, $h = 2,4$ m. Vậy khoang cabin có cạnh đáy bằng 150 cm; chiều cao bằng 240 cm.

Từ giả thiết P có 3 tọa độ đều dương và P cách mặt phẳng (Oxy) một đoạn bằng 24 đơn vị, cách mặt phẳng (Oyz) một đoạn bằng 1 đơn vị, cách mặt phẳng (Oxz) một đoạn bằng 14 đơn vị.

Do đó, $P(1; 14; 24)$. Vậy tổng các tọa độ của điểm P bằng 39.

Câu 6. Đáp án: 7700.

Gọi u_n là giá của mét khoan thứ n , trong đó n là số nguyên và $1 \leq n \leq 20$.

Có (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$ (nghìn đồng) và công sai $d = 30$ (nghìn đồng). Số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng là:

$$S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = \frac{20(2 \cdot 100 + 19 \cdot 30)}{2} = 7700 \text{ (nghìn đồng)}.$$