

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	D	B	C	A	D	B	A	C	A	C

PHẦN II.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	16	150	0,28	30,8	50,1	437

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1. Nhìn vào bảng biến thiên, suy ra hàm số có điểm cực đại là $x = -2$. Chọn **A**.

Câu 2. Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$.

Có $y(2) = 3; y(1) = -1; y(0) = 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ là $y(2) = 3$. Chọn **B**.

Câu 3. Nhìn đồ thị hàm số loại bỏ đáp án A và C.
 Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2; -2)$, thay vào 2 đáp án còn lại. Chọn **D**.

Câu 4. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$, suy ra tiệm cận ngang của hàm số là đường thẳng $y = 2$. Chọn **B**.

Câu 5. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \frac{(x^2+1)-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{tm}) \\ x = 1 & (\text{tm}) \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		0

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. Chọn **C**.

Câu 6. Ta có $\overrightarrow{AB} = (1 - (-2); -2 - (-1); -3 - 0) = (3; -1; -3)$. Chọn **A**.

Câu 7. Đường thẳng AB đi qua điểm $B(-4; 3; -2)$, nhận $\overrightarrow{AB} = (-5; 2; -4)$ làm vectơ chỉ phương, có phương trình chính tắc là: $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$. Chọn **D**.

Câu 8. Áp dụng công thức $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, ta có $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + C$. Chọn **B**.

Câu 9. Hàm số lôgarit xác định khi: $2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Tập xác định là $(2; +\infty)$. Chọn **A**.

Câu 10. Dùng tính chất lũy thừa. Chọn **C**.

Câu 11. Ta có $u_5 = u_1 \cdot q^4 = -4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = -\frac{1}{4}$. Chọn **A**.

Câu 12. Ta có $n(\Omega) = C_9^3 = 84$. Gọi A : "3 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển là môn toán".
 Khi đó \bar{A} : "3 quyển lấy ra không có quyển nào môn toán" hay \bar{A} : "3 quyển lấy ra là môn lý hoặc hóa".
 Ta có $n(\bar{A}) = C_5^3 = 10$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}$. Chọn **C**.

PHẦN II.

Câu 1.

a) Sai. Ta có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} - \sqrt{3} \cdot \frac{\pi}{2} = 2 - \frac{\pi\sqrt{3}}{2} \neq -\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

b) Đúng. Có $f'(x) = (2 \sin x - \sqrt{3}x)' = 2 \cos x - \sqrt{3}, \forall x \in \mathbb{R}$.

c) Sai. Ta có $f'(x) = 2 \cos x - \sqrt{3}$ và $f'(-\frac{\pi}{3}) = 2 \cos(-\frac{\pi}{3}) - \sqrt{3} = 1 - \sqrt{3} \neq 0$.

Vậy $x = -\frac{\pi}{3}$ không phải là một nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$.

d) Đúng. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Mà $x \in [0; \frac{5\pi}{2}]$ nên $x \in \{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\}$. Ta có $\frac{\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} + \frac{13\pi}{6} = \frac{25\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trong đoạn $[0; \frac{5\pi}{2}]$ bằng $\frac{25\pi}{6}$.

Câu 2.

a) Đúng. Máy bay đang ở độ cao 9 km.

b) Đúng. Tọa độ của máy bay lúc 9 giờ 30 phút là $(150; 300; 9)$.

c) Sai. Ta có $10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$.

Gọi A là vị trí của máy bay lúc 9 h30 $\Rightarrow A(150; 300; 9)$.

Gọi B là vị trí của máy bay lúc 10 h30 $\Rightarrow B(150; 1086; 9)$.

Quãng đường máy bay di chuyển được từ 9 giờ 30 phút đến 10 giờ 30 phút là:

$$AB = \sqrt{0^2 + 786^2 + 0^2} = 786 \text{ (km)}.$$

Khi đó vận tốc của máy bay là: $786 - 36 = 750 \text{ km/h}$.

d) Sai. Quãng đường máy bay di chuyển được từ 10 giờ 30 phút đến 11 giờ là: $800 \cdot \frac{1}{2} = 400 \text{ km}$.

Tại thời điểm 11 giờ tọa độ máy bay là: $(150; 686; 9)$.

Khoảng cách của máy bay so với gốc tọa độ là: $\sqrt{150^2 + 686^2 + 9^2} \approx 702,3 \text{ km/h}$.

Câu 3.

a) Đúng. Tốc độ ban đầu của ô tô là $28,8 \text{ km/h} = 8 \text{ m/s}$.

Quãng đường ô tô đi được trong 4 giây đầu tiên là: $S_1 = 4 \cdot 8 = 32 \text{ (m)}$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là: $S_2 = 240 - 32 = 208 \text{ (m)}$.

b) Đúng. Thời điểm bắt đầu tăng tốc ta có $v(0) = b = 8 \Rightarrow b = 8$.

c) Sai. Quãng đường $S(t)$ ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 30$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t)dt$.

d) Đúng. Ta có $v(t) = at + 8 \text{ (m/s)}$.

Biết xe nhập làn sau 16 giây kể từ khi tăng tốc, nên ta có $208 = \int_0^{16} (at + 8)dt = 128a + 128 \Rightarrow a = \frac{5}{8} \Rightarrow v(t) = \frac{5}{8}t + 8 \text{ (m/s)}$.

Tốc độ của ô tô sau 30 giây là $v(30) = \frac{5}{8} \cdot 30 + 8 = \frac{107}{4} \text{ (m/s)} = 96,3 \text{ (km/h)}$.

Câu 4.

a) Đúng. Số con báo đốm đã được tiêm phòng là: $360 \cdot 60\% = 216 \text{ (con)}$.

b) Sai. Số con sư tử đã được tiêm phòng là: $240 \cdot 45\% = 108 \text{ (con)}$.

Số con sư tử chưa được tiêm phòng là: $240 - 108 = 132 \text{ (con)}$.

c) Sai. Tổng số con vật đã được tiêm phòng là: $216 + 108 = 324 \text{ (con)}$.

Xét các biến cố:

A: "Chọn được 1 con sư tử";

B : "Chọn được 1 con vật đã tiêm phòng".

Xác suất để chọn ra được một con sư tử đã được tiêm phòng là $P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{108}{324} = \frac{1}{3}$.

d) Đúng. Ta có: $P(A) = \frac{240}{600} = \frac{2}{5}$; $P(B | A) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$; $P(\bar{A}) = \frac{3}{5}$; $P(B | \bar{A}) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$.
Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{27}{50} = 0,54.$$

Vậy xác suất để chọn được một con vật chưa tiêm phòng là $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,46$.

PHẦN III.

Câu 1. Đáp án: 16.

Đặt $HE = x$ và $FK = y$, với $0 < x, y < 24$.

Ta có $HE + KF = 24 \Rightarrow x + y = 24$. Khi đó $\begin{cases} AE = \sqrt{25 + x^2} \\ BF = \sqrt{49 + y^2} = \sqrt{49 + (24 - x)^2} \end{cases}$.

Ta thấy quãng đường $AEFB$ ngắn nhất khi $AE + BF$ nhỏ nhất (vì EF không đổi).

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 25} + \sqrt{(24 - x)^2 + 49}$.

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 25}} + \frac{x - 24}{\sqrt{x^2 - 48x + 625}}, \forall x \in (0; 24).$$

Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 10$. Ta có bảng biến thiên:

x	0	10	24	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$				

Vậy GTNN của $f(x)$ bằng $12\sqrt{5}$ tại $x = 10 \Rightarrow BF = 7\sqrt{5} \approx 16$ km.

Câu 2. Đáp án: 150.

Ta có $\overrightarrow{EA_1} = (0; 1; -6)$; $\overrightarrow{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6\right)$; $\overrightarrow{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6\right) \Rightarrow EA_1 = EA_2 = EA_3 = \sqrt{37}$.

Vì $|\overrightarrow{A_1A_2}| = |\overrightarrow{A_2A_3}| = |\overrightarrow{A_3A_1}| = \sqrt{3}$ nên tam giác $A_1A_2A_3$ đều. Do đó, $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}|$.

Vì vậy, tồn tại hằng số $k(k \neq 0)$ sao cho:

$$\overrightarrow{F_1} = k\overrightarrow{EA_1} = (0; k; -6k); \quad \overrightarrow{F_2} = k\overrightarrow{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}k; -\frac{1}{2}k; -6k\right); \quad \overrightarrow{F_3} = k\overrightarrow{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}k; -\frac{1}{2}k; -6k\right).$$

Suy ra $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = (0; 0; -18k)$.

Mặt khác, ta có $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{P}$, trong đó $\vec{P} = (0; 0; -300)$ là trọng lực tác dụng lên máy quay.

Suy ra $-18k = 300$, tức là $k = \frac{50}{3}$. Vậy $\overrightarrow{F_1} = (0; \frac{50}{3}; -100)$. Khi đó, $a + 3b - c = 150$.

Câu 3. Đáp án: 0,28.

Ta có bảng sau:

Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu: $n = 100$.

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{13 \cdot 19,25 + 45 \cdot 19,75 + 24 \cdot 20,25 + 12 \cdot 20,75 + 6 \cdot 21,25}{100} = 20,015$.

Phương sai: $s^2 = \frac{13 \cdot 19,25^2 + 45 \cdot 19,75^2 + 24 \cdot 20,25^2 + 12 \cdot 20,75^2 + 6 \cdot 21,25^2}{100} - 20,015^2 \approx 0,28$.

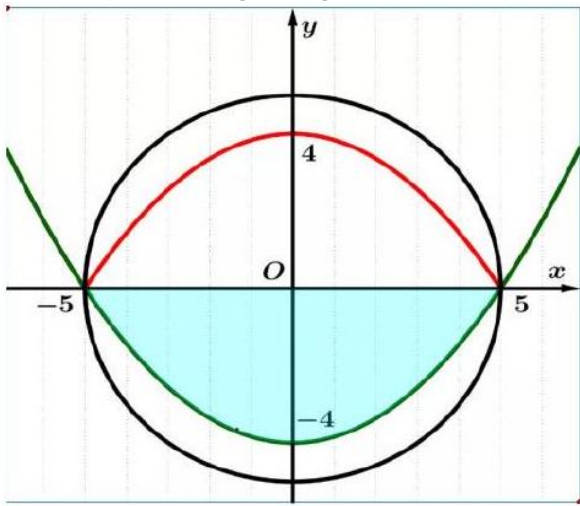
Câu 4. Đáp án: 30,8.

Xét hệ trục độ Oxy như hình vẽ bên (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).

Phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 = 25$.

Phương trình của parabol có bề lõm hướng lên là: $y = \frac{4}{25}x^2 - 4$.

Diện tích phần trồng hoa giới hạn bởi 2 parabol là:



$$S_1 = 2 \int_{-5}^5 \left| \left(\frac{4}{25}x^2 - 4 \right) \right| dx = 4 \int_0^5 \left| \left(\frac{4}{25}x^2 - 4 \right) \right| dx = \frac{160}{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích toàn bộ phần hình tròn là: $S_2 = 25\pi \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích phần còn lại để trang trí gồm sỏi là: $S = S_2 - S_1 = 25\pi - \frac{160}{3} \text{ (m}^2\text{)}$.

Vậy tổng chi phí để làm khu vực trung tâm quảng trường là

$$\frac{160}{3} \cdot 200 + \left(25\pi - \frac{160}{3} \right) \cdot 800 \approx 30832 \text{ (nghìn đồng)} \approx 30,8 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 5. Đáp án: 50,1.

Ta có $A \in (Oyz)$ và A cách mặt nước 75 m và cách trục Oz là 343 m $\Rightarrow A(0; -343; 75)$.

Điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước 227 m $\Rightarrow D(0; 0; 227)$.

Suy ra $\vec{AD} = (0; 343; 152)$. Phương trình đường thẳng AD là:
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 343t \\ z = 227 + 152t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Vì $N \in AD \Rightarrow N(0; 343t; 227 + 152t)$.

Điểm M trên thành cầu, M cách mặt nước 75 m và cách trục Oz một khoảng bằng 230 m nên tọa độ

điểm M là $M(0; -230; 75)$. Suy ra $\overrightarrow{MN} = (0; 343t + 230; 152 + 152t)$.

MN song song với cột trụ $\Rightarrow MN \perp Oy \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{j} = 0 \Rightarrow 343t + 230 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{230}{343}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0; 0; \frac{17176}{343}) \Rightarrow MN = \frac{17176}{343} \approx 50,1$ (m).

Câu 6. Đáp án: 437.

Ta coi bàn cờ vua được xác định bởi 9 đường thẳng theo phương nằm ngang $x = 0; x = 1; x = 2; \dots; x = 8$ và 9 đường thẳng theo phương thẳng đứng $y = 0; y = 1; y = 2; \dots; y = 8$. Mỗi hình chữ nhật được tạo thành từ hai đoạn thẳng thuộc hai đường thẳng x_i, x_j và hai đoạn thẳng thuộc các đường thẳng y_m, y_n ($i, j, m, n \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$) nên có $C_9^2 \cdot C_9^2$ hình chữ nhật. Suy ra $n(\Omega) = C_9^2 \cdot C_9^2 = 1296$.

Gọi A là biến cố hình được chọn là hình vuông có cạnh k lớn hơn 4 .

Trường hợp 1: $k = 5$. Khi đó mỗi hình vuông được tạo thành do hai đường thẳng x_i, x_j cách nhau 5 đơn vị và hai đường thẳng y_m, y_n cách nhau 5 đơn vị nên có $4 \cdot 4 = 16$ cách chọn.

Trường hợp 2: $k = 6$. Khi đó mỗi hình vuông được tạo thành do hai đường thẳng x_i, x_j cách nhau 6 đơn vị và hai đường thẳng y_m, y_n cách nhau 6 đơn vị có $3 \cdot 3 = 9$ cách chọn.

Trường hợp 3: $k = 7$. Khi đó mỗi hình vuông được tạo thành do hai đường thẳng x_i, x_j cách nhau 7 đơn vị và hai đường thẳng y_m, y_n cách nhau 7 đơn vị có $2 \cdot 2 = 4$ cách chọn.

Trường hợp 4: $k = 8$. Khi đó mỗi hình vuông được tạo thành do hai đường thẳng x_i, x_j cách nhau 8 đơn vị và hai đường thẳng y_m, y_n cách nhau 8 đơn vị nên có $1 \cdot 1 = 1$ cách chọn.

Suy ra $n(A) = 16 + 9 + 4 + 1 = 30$.

Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{1296} = \frac{5}{216} \Rightarrow a = 5; b = 216 \Rightarrow a + 2b = 437.$$