

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm)

Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.

1. A	2. D	3. C	4. B	5. D	6. A
7. D	8. A	9. C	10. D	11. B	12. C

Câu 1. Đáp án đúng là: A

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.
Ta có: $(-1; 0) \subset (-\infty; 0)$ nên chọn đáp án A.

Câu 2. Đáp án đúng là: D

Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

Câu 3. Đáp án đúng là: C

Ta có: $\int f(x)dx = \int \cos x dx = \sin x + C$.

Câu 4. Đáp án đúng là: B

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P) : x - 2y + 3z + 5 = 0$ là $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Câu 5. Đáp án đúng là: D

Trong các phương trình đã cho, chỉ có phương trình $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 + 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ là phương trình tham số của đường thẳng.

Câu 6. Đáp án đúng là: A

$(S) : (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 7)^2 = 4^2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + [y - (-2)]^2 + (z - 7)^2 = 4^2$.
Suy ra tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(3; -2; 7)$.

Câu 7. Đáp án đúng là: D

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có: $P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})$.

Câu 8. Đáp án đúng là: A

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho bằng $\sqrt{9} = 3$.

Câu 9. Đáp án đúng là: C

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ của vectơ \vec{j} là: $(0; 1; 0)$.

Câu 10. Đáp án đúng là: *D*

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 11. Đáp án đúng là: *B*

Ta có: $\int_1^3 f(x) dx = F(x)|_1^3 = F(3) - F(1) = 3 - 10 = -7$.

Câu 12. Đáp án đúng là: *C*

Ta có: $d(A, (P)) = \frac{|1 \cdot (-1) - 2 + 2 \cdot 5 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \sqrt{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,0 điểm)

Thí sinh đúng 1 ý được 0,1 điểm; thí sinh đúng 2 ý được 0,25 điểm; chọn đúng 3 ý được 0,5 điểm và đúng tất cả 4 ý sẽ được 1 điểm.

Câu 1.

- a) S,
- b) S,
- c) Đ,
- d) S.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (5; 12; -13)$, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; -2)$.

Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (5; 12; -13)$ và $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là:

$$\cos(\vec{u}, \vec{n}) = \frac{5 \cdot 1 + 12 \cdot (-2) + (-13) \cdot (-2)}{\sqrt{5^2 + 12^2 + (-13)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{7}{39\sqrt{2}}$$

Ta có: $\sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{7}{39\sqrt{2}}$. Suy ra $(\Delta, (P)) \approx 7^\circ$.

Câu 2.

- a) Đ,
- b) S,
- c) Đ,
- d) S.

Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2025}{x - 1}$.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$.

Ta có $y = \frac{x^2 - 2x + 2025}{x - 1} = x - 1 + \frac{2024}{x - 1}$.

Do đó, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 1$.

Có $y' = \frac{(2x - 2)(x - 1) - (x^2 - 2x + 2025)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 2023}{(x - 1)^2}$.

$$y' = 0 \text{ khi } x = 1 - 2\sqrt{506} \text{ hoặc } x = 1 + 2\sqrt{506}.$$

Bảng xét dấu đạo hàm của hàm số như sau:

x	$-\infty$	$1 - 2\sqrt{506}$	1	$1 + 2\sqrt{506}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 3.

- a) Đ,
- b) D,
- c) D,
- d) S.

Ta có $AM^2 = BM^2 = 5^2 = 25$, suy ra

$$a^2 + (b - 4)^2 + (c - 5)^2 = a^2 + (b - 5)^2 + (c - 4)^2 = 25.$$

Lại có $CM^2 = DM^2 = 3^2 = 9$, suy ra

$$(a - 1)^2 + (b - 3)^2 + (c - 3)^2 = (a - 1)^2 + (b + 1)^2 + (c - 3)^2 = 9.$$

Từ đẳng thức $a^2 + (b - 4)^2 + (c - 5)^2 = a^2 + (b - 5)^2 + (c - 4)^2$, suy ra $b = c$.

Từ đó, ta có tọa độ của điểm $M(0; 1; 1)$.

Câu 4.

- a) Đ,
- b) D,
- c) S,
- d) Đ.

Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Ta có: $\int (-10t + 20)dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số.

Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$.

Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0$, tức là $t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

Quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là:

$$s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}.$$

Khi đó, quãng đường xe ô tô di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là $18 + 20 = 38$ (m).

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (3,0 điểm)

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu 1.

Gọi V_1 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox .

$$\text{Khi đó, } V_1 = \pi \int_1^4 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \frac{111\pi}{4} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Gọi V_2 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox .

$$\text{Khi đó, } V_2 = \pi \int_1^4 x^2 dx = 21\pi \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Vậy thể tích của bể dày chiếc bát thủy tinh đó là:

$$V = V_1 - V_2 = \frac{111\pi}{4} - 21\pi = \frac{27\pi}{4} \approx 21,2 \text{ (dm}^3\text{)}$$

Đáp số: 21,2.

Câu 2.

Gọi $u_0 = 60$ (triệu đồng), u_n (triệu đồng) là số tiền mà người đó có được sau n ($n \in \mathbb{N}^*$) tháng gửi tiết kiệm. Khi đó, ta có $u_{n+1} = u_n + \frac{0,5}{100}u_n = 1,005u_n$.

Suy ra dãy số (u_n) lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 1,005$ và có

$$u_n = 60 \cdot 1,005^n.$$

Ta xét bất phương trình $60 \cdot 1,005^n > 66 \Leftrightarrow 1,005^n > 1,1 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} 1,1$.

Vì $\log_{1,005} 1,1 \approx 19,1$ và $n \in \mathbb{N}^*$ nên bắt đầu từ tháng thứ 20 trở đi thì người đó có hơn 66 triệu đồng.
Đáp số: 20.

Câu 3. Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; -2), \overrightarrow{PQ} = (2; 3; 6)$. Khi đó, $\cos(a, ** b) ** = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PQ}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{PQ}|} = \frac{8}{21}$, suy ra

$(a, ** b) ** \approx 68^\circ$.

Đáp số: 68.

Câu 4. Xét các biến cố:

A_1 : "Sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi";

A_2 : "Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi".

Khi đó, $P(A_1) = \frac{39}{2000}$; $P(\overline{A_1}) = \frac{1961}{2000}$.

Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm và trong đó có 38 sản phẩm lỗi nên ta có:

$P(A_2 | A_1) = \frac{38}{1999}$, suy ra $P(\overline{A_2} | A_1) = \frac{1961}{1999}$.

Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất không bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm và trong đó có 39 sản phẩm lỗi nên ta có: $P(A_2 | \overline{A_1}) = \frac{39}{1999}$, suy ra $P(\overline{A_2} | \overline{A_1}) = \frac{1960}{1999}$.

Khi đó, xác suất để sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi là:

$$\begin{aligned} P(A_2) &= P(A_2 | A_1) \cdot P(A_1) + P(A_2 | \overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_1}) \\ &= \frac{38}{1999} \cdot \frac{39}{2000} + \frac{39}{1999} \cdot \frac{1961}{2000} \approx 0,02. \end{aligned}$$

Đáp số: 0,02.

Câu 5. Gọi $f(x)$ là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x (người) ($x \in \mathbb{N}^*$) trong chuyến xe đó.

Khi đó: $f(x) = \frac{1}{2}x(40 - x)^2$, với $0 < x \leq 16$.

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{2} [(40 - x)^2 - 2x(40 - x)] = \frac{1}{2}(40 - x)(40 - 3x)$.

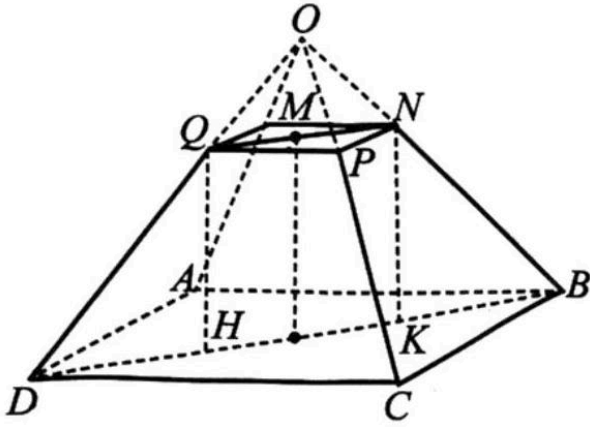
Với $0 < x \leq 16$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}$. Mà $13 < \frac{40}{3} < 14$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	13	$\frac{40}{3}$	14	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	↗ 4738,5	$f\left(\frac{40}{3}\right)$	↘ 4732	4608

Với $f(13) = 4738,5$; $f(14) = 4732$. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max_{(0;16]} f(x) = 4738,5$ (nghìn đồng). Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Đáp số: 4,74.

Câu 6. Giả sử đáy dưới và đáy trên của chân tháp lần lượt có dạng hình vuông $ABCD$ và $MNPQ$ có cạnh 6 m và 4 m như hình vẽ dưới đây.



Gọi O là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên hình chóp cụt đều.

Ta có: BD và NQ lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng (OBD) với hai mặt phẳng chứa đáy nên $BD // NQ$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của Q, N trên BD , khi đó $HK = QN = 4\sqrt{2}$ (m).

Vì tứ giác $BNQD$ là hình thang cân nên $DH = BK = \frac{BD - HK}{2} = \sqrt{2}$ (m).

Đường cao của khối chóp cụt đều là $QH = \sqrt{14}$ (m).

Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m^2 và 16 m^2 .

Thể tích của khối chóp cụt đều là: $V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14}(36 + \sqrt{36 \cdot 16} + 16) = \frac{76\sqrt{14}}{3}$ (m³).

Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:

$$\frac{76\sqrt{14}}{3} \cdot 1500000 \approx 142182980 \text{ (đồng)} \approx 142 \text{ (triệu đồng)}.$$

Đáp số: 142.